**Niveau : terminale**

Raisonnement par récurrence et suites

## Exercice 31 : la suite de Fibonacci et récurrence double

$(F_n)$ est la suite de Fibonacci définie par $F_0 = 1$, $F_1 = 1$ et pour tout entier naturel $n$, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

**a)** Calculer $F_2$ et $F_3$.

**b)** Démontrer par récurrence double que pour tout entier naturel $n$, $F_n \leqslant \left(\frac{5}{3}\right)^n$.

**c)** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n$,

$$F_0^2 + F_1^2 + \ldots + F_n^2 = F_n \times F_{n+1}.$$

Document pédagogique téléchargé sur maths-pdf.fr