Calcul littéral

O. Introduction :

Le calcul littéral, calcul faisant intervenir des lettres, a été développé par le mathématicien Français François Viète (1540-1603).

Egalement appelé le calcul algébrique, c'est une généralisation du calcul numérique.

Vous avez souvent rencontré du calcul littéral lors de votre scolarité sans vous en rendre compte.

Notamment, en géométrie lors des calculs de périmètre et d'aire de figures géométriques.

Exemples :

Aire d'un rectangle de longueur L et l : $A = L \times l$.

Périmètre d'un rectangle : $P = 2 \times L + 2 \times l$ ou $P = 2 \times (L + l)$.

Périmètre d'un cercle de rayon R : $P = 2 \times \pi \times R$.

I. Le calcul littéral : vocabulaire et définition.

1.Activité d'introduction :

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

Activité :

Gwladys a noté l'exercice suivant :

Calcule :

$25 \times 2 + 3$;	$25 \times 3 + 3$;	$25 \times 4 + 3$;	$25 \times 5 + 3$;
$25 \times 6 + 3$;	$25 \times 7 + 3$;	$25 \times 8 + 3$;	$25 \times 9 + 3$
$25 \times 10 + 3$;	$25 \times 11 + 3$;	$25 \times 12 + 3$;	$25 \times 13 + 3$

Gwladys veut téléphoner à Eric pour lui dicter l'exercice, mais il ne lui reste que quelques secondes de forfait, elle **ne peut donc pas dicter tous les calculs.**
Quelle consigne, la plus courte possible, donner à Eric pour qu'il sache **exactement ce qu'il doit faire** ?

2. Règles d'écriture et de simplification :

Règle :

En calcul littéral, afin de simplifier les écritures algébriques, nous ne noterons plus le signe $\times$ dans les situations suivantes :

- lorsqu'il est situé entre deux lettres;
- lorsqu'il est situé entre un nombre et une lettre;
- lorsqu'il est suivi d'une parenthèse.

Exemples :

Simplifier les écritures littérales suivantes :

$A = 2 \times x + 3 A = 2x + 3 \quad B = 7 \times (x - 2) B = 7(x - 2)$
$C = 8 \times x + 7 \times a \times b - 5 \times 9 C = 8x + 7ab - 45$

$D = (t - 1) \times (t + 2) - 3 \times (z - 4) D = (t - 1)(t + 2) - 3(z - 4)$

Définition :

- **Développer** une expression littérale, c'est l'écrire comme **somme de termes**.

- **Factoriser** une expression littérale, c'est l'écrire comme **produit de facteurs**.

Exemples :

$A = 7x + 3(x - 2)$ est une forme quelconque.

$B = 3z + 5 - 2z + 9$ est une forme développée.

$C = 5(g - 7)$ est une forme factorisée.

$D = (a - 3)(a + 4)$ est une forme factorisée.

Définition :

Réduire une expression algébrique, c'est **simplifier au maximum** cette écriture en **regroupant tous les termes de même nature**.

Exemples :

Réduire les expressions littérales suivantes :

$A = 7x + 3 + 6A = 7x + 9$

L'expression $7x + 9$ est appelée **forme réduite**.

$B = 2x + 9 + 4x - 6B = 2x + 4x + 9 - 6B = 6x + 3$

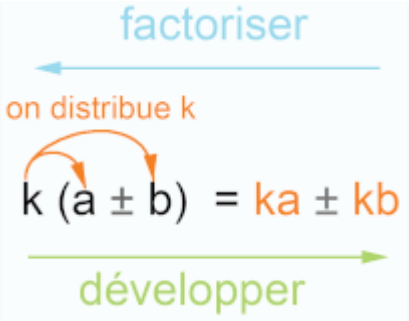
$C = 3x^2+7x+11-2x^2-4x-5C = 3x^2-2x^2+7x-4x+11-5C = 1x^2+3x+6C = x^2+3x+6$

II. La simple distributivité :

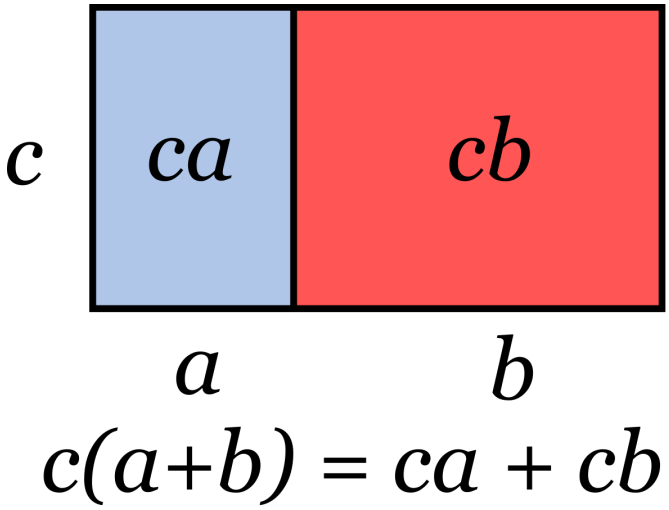
Propriété (simple distributivité) :

Pour tous nombres relatifs k, a et b, nous avons :

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.



Preuve :



Exemples :

Développer et réduire des expressions :

$A = 7(x+3) A = 7 \times \ x + 7 \times \ 3 A = 7x + 21$
$B = 2(z-5) B = 2 \times \ z - 2 \times \ 5 B = 2z - 10$
$C = 3(x+4) + 7x - 6 C = 3 \times \ x + 3 \times \ 4 + 7x - 6 C = 3x + 12 + 7x - 6C = 10x + 6$

Calcul d'expression et substitution :

Calculer la valeur de A pour $x = 2$ puis, pour $x = 5$.

$A = 7x + 3 A = 7 \times \ 2 + 3 A = 14 + 3 A = 17$
$A = 7x + 3 A = 7 \times \ 5 + 3 A = 35 + 3 A = 38$

Test d'égalité :

L'égalité suivante est-elle vérifiée pour $x = 4$?

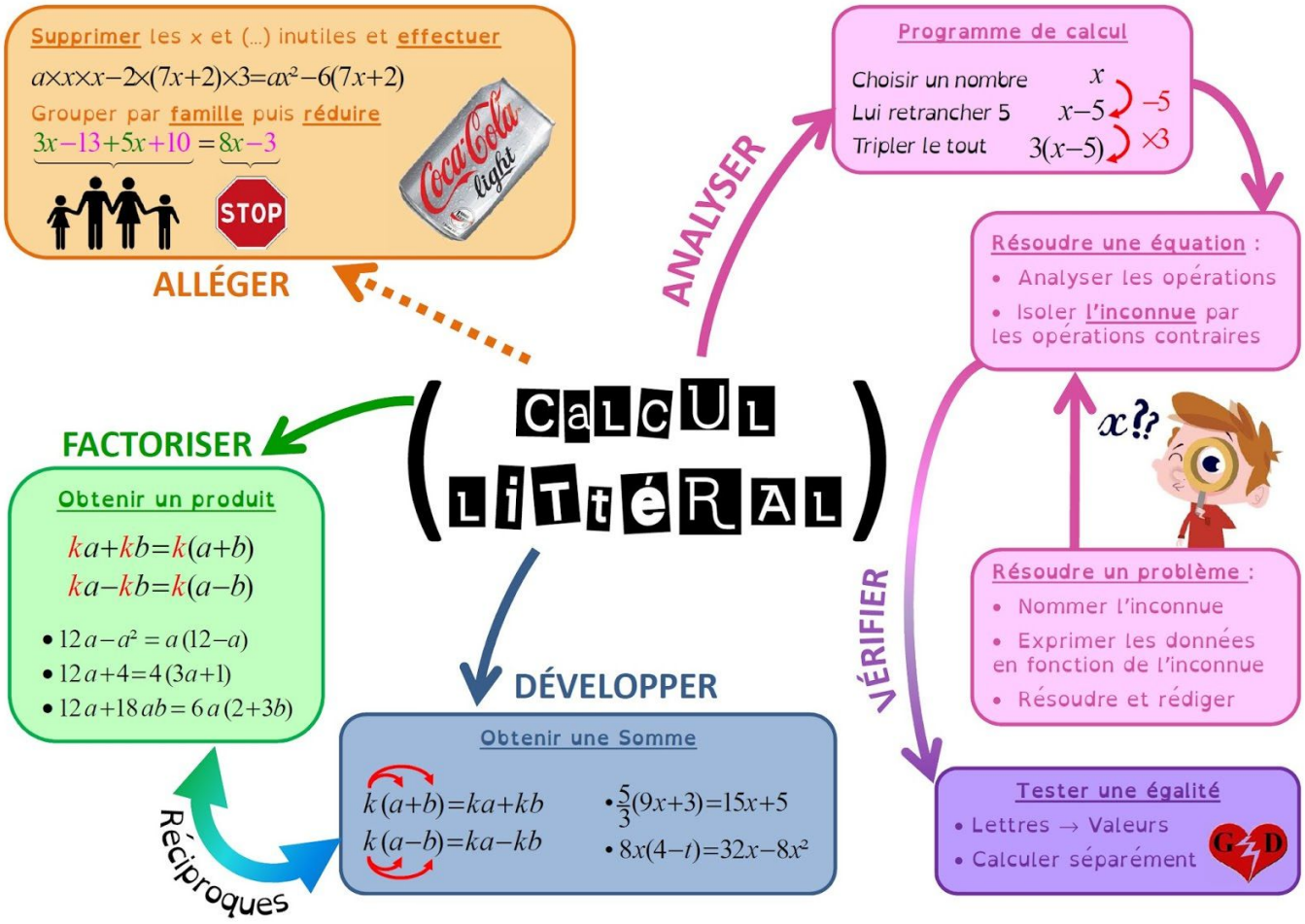
$3x - 2 = 7x + 1$

Calculons séparément :

$3x-2=3\times\ 4-2=12-2=10$ $7x+1=7\times\ 4+1=28+1=29$

Nous en concluons que l'égalité n'est pas vérifiée lorsque $x=4$.

III.Carte mentale sur le calcul littéral :



Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.