Cours de maths en 2de

Calcul littéral, fractions, puissances, racines carrées

I. Calcul avec des fractions.

Propriétés :

On considère des nombres réels a, b, c, d tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

- $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$ (communément appelée la règle du produit en croix).
- $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ab + bc}{bd}$ (somme de deux fractions).
- $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad - bc}{bd}$ (différence de deux fractions).
- $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$ (produit de deux fractions).
- $\dfrac{a}{b} : \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c}$ (quotient de deux fractions)

Exemples :

$$A = \frac{5}{3} + \frac{7}{4} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} + \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{20 + 21}{12} = \frac{41}{12}$$

$$B = \frac{5}{3} - \frac{7}{4} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} - \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{20 - 21}{12} = -\frac{1}{12}$$

$$C = \frac{5}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{5 \times 7}{3 \times 4} = \frac{35}{21}$$

$D = \frac{5}{3} : \frac{7}{4} = \frac{5}{3} \times \ \frac{4}{7} = \frac{5 \times \ 4}{3 \times \ 7} = \frac{20}{21}$

II. Calcul avec des identités remarquables.

Propriétés :

On considère 5 nombres réels a, b, c, d, k.Nous avons :

- $k(a+b) = ka + kb$ (propriété de la simple distributivité)
- $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ (propriété de la double distributivité)
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (carré d'une somme)
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (carré d'une différence)
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ (différence de carrés)

Exemples :

Développer et réduire ou calculer la valeur des différentes expressions suivantes :

$A = -7(2x-3) = -14x + 21$

$B = (2x-1)(5x+4) = 10x^2 + 8x - 5x - 4 = 10x^2 + 3x - 4$

$C = (5x+2)^2 = (5x)^2 + 2\times\,, 5x\times\,, 2 + 2^2 = 25x^2 + 20x + 4$

$D = (3x-4)^2 = (3x)^2 - 2 \times \ 3x \times \ 4 + 4^2 = 9x^2 - 24x + 16$

III. Calcul avec des puissances.

Définition : puissance d'un nombre.

Soient a un nombre réel et n un entier naturel non nul.
$a^n = a \times \ a \times \ a \times \ ... \times \ a\,(n\,fois)$ et $a^0 = 1$

Ce nombre se lit "**a puissance n**" ou encore, "**a exposant n**".

Définition : l'inverse de la puissance d'un nombre.

Soient a un nombre réel et n un entier relatif positif non nul.$a^{-n} \; = \; \frac{1}{a^n}$

Propriétés :

Soient a, b des nombres réels et m, n des entiers relatifs non nuls.

- $a^m \times \, , a^n = a^{m+n}$ (produit de deux puissances)
- $(a^m)^n = a^{mn}$ (puissance d'une puissance)
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (quotient de deux puissances)

Remarque :

$a^0 = 1$ car d'une part, $\frac{a^n}{a^n} = 1$ et d'autre part, $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$.

Exemples :

Calculer la valeur des expressions numériques suivantes :

$A = 10^{-7} \times \; 10^{+9} = 10^{-7+9} = 10^2 = 100$

$B = 10^{-3} + \; (10^{-1})^3$
$B = 0,001 + 10^{-1 \times \; 3}$
$B = 0,001 + 10^{-3}$
$B = 0,001 + 0,001$
$B = 0,002$

$C = \frac{10^{-4}}{10^{-7}} = 10^{-4+7} = 10^3 = 1000$

IV. Calcul avec des racines carrées.

Définition :

On considère a un nombre **réel positif ou nul,** on appelle **racine carrée** de a, noté $\sqrt{a}$,l'unique nombre positif ou nul vérifiant $(\sqrt{a})^2 = a$.

Propriétés :

Pour tout nombre réel x positif :

- $(\sqrt{x})^2 = x$
- $\sqrt{x^2} = |\, x \,|$

Pour tous nombres réels positif a et b tel que b soit non nul, nous avons :

- $\sqrt{a \times\ b} = \sqrt{a} \times\ \sqrt{b}$ (racine du produit)
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (racine du quotient)

Propriété :

pour tous nombres réels a et b strictement positifs, nous avons :
$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$