

Cercle trigonométrique et radians

Ce qu'évalue le contrôle : cercle trigonométrique et radians

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Trigonométrie (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Convertir une mesure d'angle de degrés en radians et inversement
- Associer un réel à un point du cercle trigonométrique et déterminer sa mesure principale
- Connaître les cosinus et sinus des valeurs remarquables et les retrouver sur le cercle
- Utiliser les angles associés $\pi - x$, $\pi + x$ et $-x$ pour simplifier une expression
- Calculer un cosinus ou un sinus manquant avec la relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Avant de commencer

Garde un **cercle trigonométrique au brouillon** pendant tout le sujet : chaque réel se place en retirant des tours complets, c'est-à-dire des multiples de 2π . Pour une mesure principale, vérifie ensuite que ton résultat appartient bien à $]-\pi; \pi]$. Avec les angles associés, dessine le point symétrique, puis lis le **signe** du cosinus et du sinus avant d'écrire la formule.

Le sujet du contrôle : cercle trigonométrique et radians

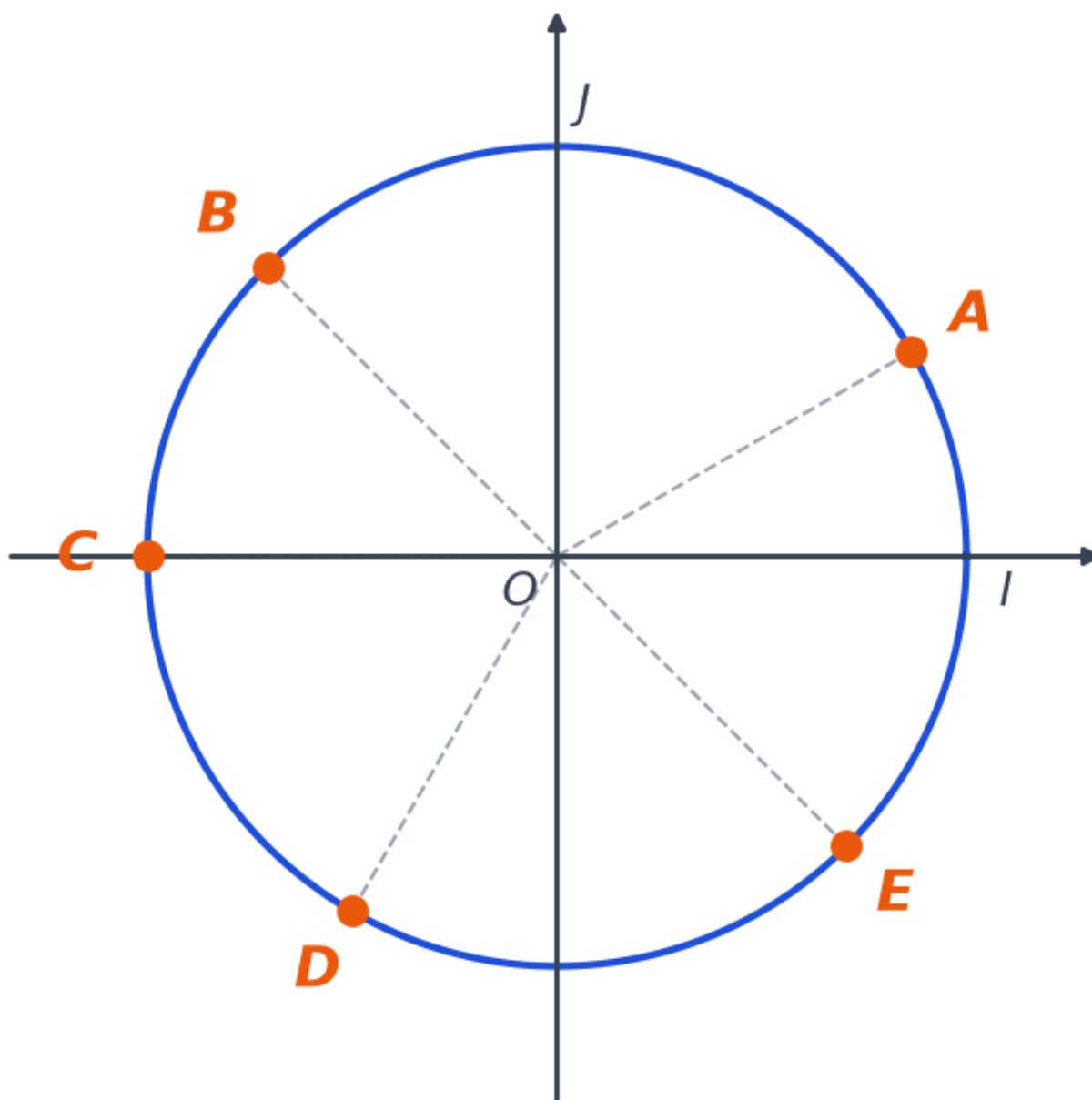
Exercice 1 - Degrés et radians (3 points)

Dans cet exercice, les résultats sont attendus sous forme exacte, donc sans valeur approchée.

1. Convertis d'abord en radians les mesures suivantes : 30° , 135° et 240° . (1,5 point)
2. Convertis ensuite en degrés les mesures $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{4}$ et $\frac{2\pi}{5}$ radians. (1,5 point)

Exercice 2 - Lire le cercle trigonométrique (4 points)

On a placé cinq points A, B, C, D et E sur le cercle trigonométrique de centre O, dans le repère orthonormé $(O; I, J)$. Les pointillés relient O à chaque point, et chaque point correspond à un angle multiple de $\frac{\pi}{6}$ ou de $\frac{\pi}{4}$.

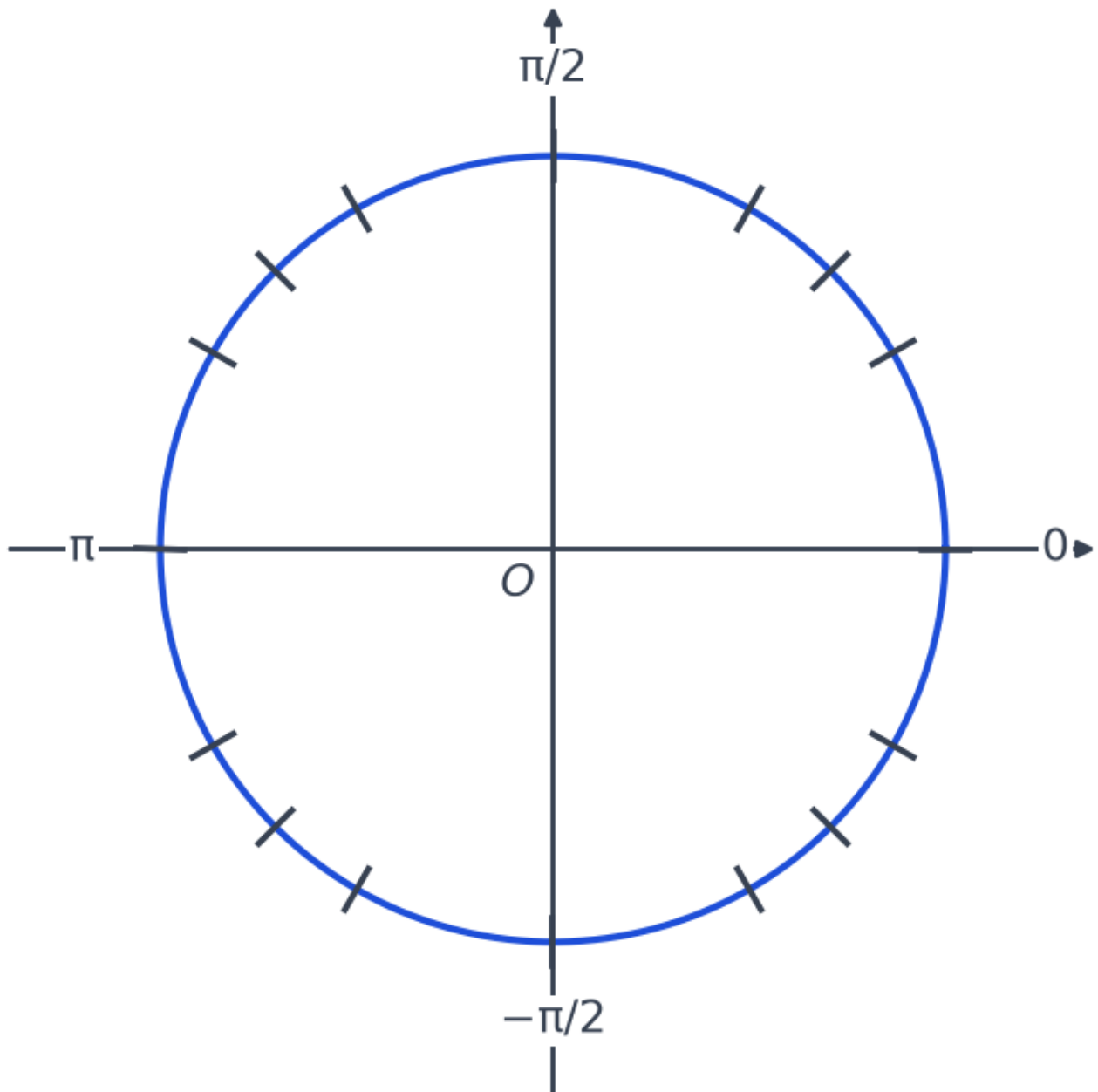


1. Pour chacun des points A, B, C, D et E , donne d'abord le réel de l'intervalle $[0; 2\pi[$ qui lui est associé. (2,5 points)
2. Quel point de la figure est associé au réel $-\frac{\pi}{4}$? Et quels points sont associés à $\frac{25\pi}{6}$, puis à $-\frac{2\pi}{3}$? Justifie chaque réponse. (1,5 point)

Exercice 3 - Mesures principales (4 points)

On rappelle notamment que la mesure principale d'un angle est sa mesure appartenant à l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

1. Détermine la mesure principale de chacun des réels $\frac{17\pi}{6}$, $-\frac{11\pi}{4}$, $\frac{31\pi}{3}$ et $-\frac{7\pi}{2}$. (2 points)
2. Reproduis alors le cercle ci-dessous, gradué en multiples de $\frac{\pi}{6}$ et de $\frac{\pi}{4}$, puis place les points M, N, P et Q associés respectivement à ces quatre réels. (1 point)
3. Sacha affirme que les réels $\frac{29\pi}{4}$ et $-\frac{3\pi}{4}$ sont associés au même point du cercle. A-t-il raison ? Justifie, car une réponse seule ne suffit pas. (1 point)



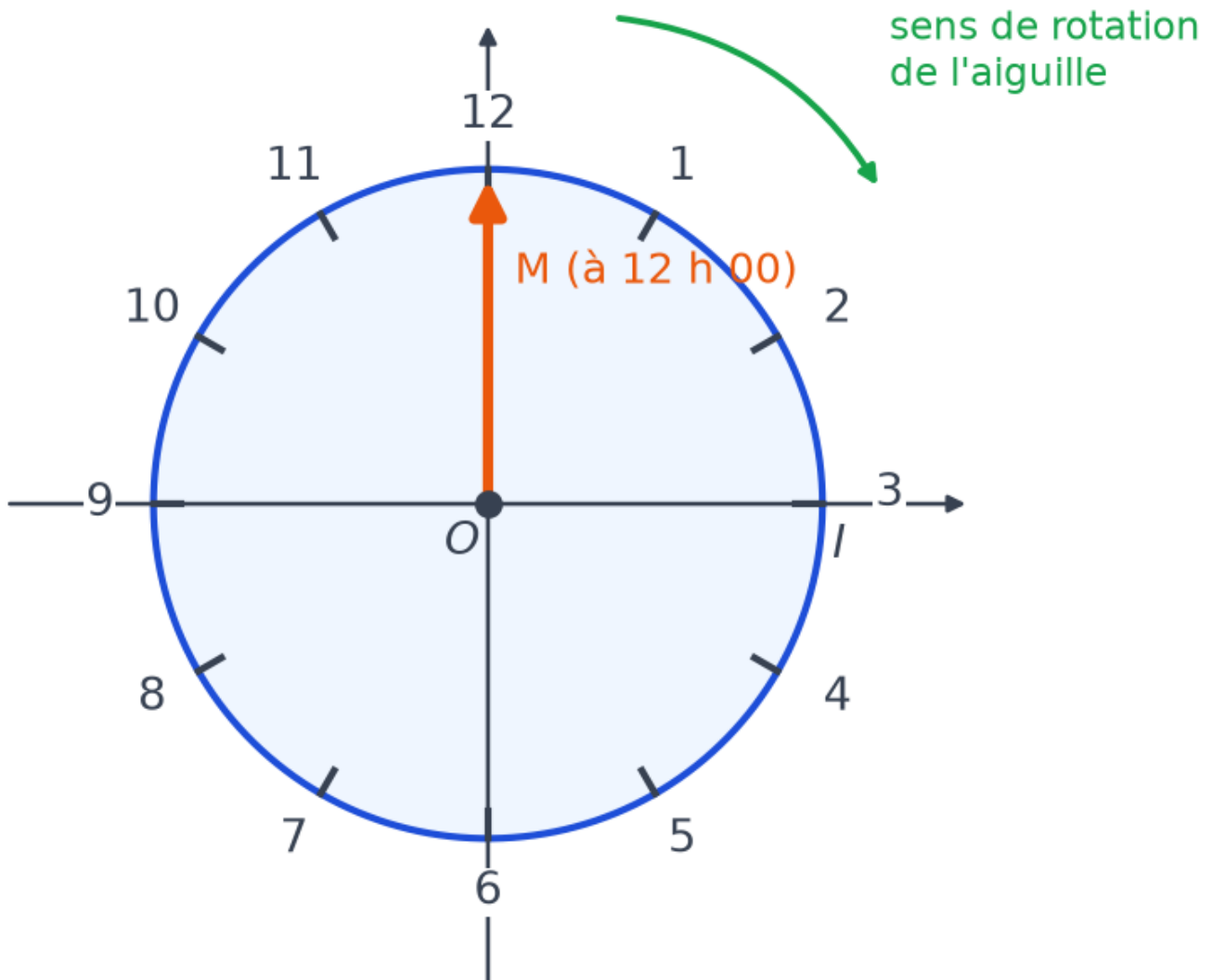
Exercice 4 - Valeurs remarquables et angles associés (5 points)

1. Donne d'abord, sans justification, la valeur exacte de $\cos(\frac{2\pi}{3})$, $\sin(\frac{5\pi}{4})$, $\cos(-\frac{\pi}{6})$ et $\sin(\frac{11\pi}{6})$. (2 points)
2. On admet que $\cos(\frac{\pi}{5}) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$. Déduis-en les valeurs exactes de $\cos(\frac{4\pi}{5})$, de $\cos(\frac{6\pi}{5})$ et de $\cos(-\frac{\pi}{5})$, en précisant l'angle associé utilisé. (1,5 point)
3. Pour tout réel x , on pose $A(x) = \sin(\pi-x) + \sin(\pi+x) + \cos(-x) - \cos(\pi-x)$. Montre

que $A(x) = 2\cos x$. (1,5 point)

Exercice 5 - L'aiguille de l'horloge (4 points)

Par ailleurs, la grande aiguille d'une horloge mesure 15 cm. On choisit un repère orthonormé $(O; I, J)$ centré sur l'axe de l'horloge, dont l'unité est la longueur de l'aiguille : ainsi, l'extrémité M de l'aiguille se déplace sur le cercle trigonométrique. À 12 h 00, M est associé au réel $\frac{\pi}{2}$. On admet alors qu'après t minutes, avec $0 \leq t \leq 60$, M est associé au réel $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi t}{30}$.



1. Explique pourquoi l'aiguille tourne de $\frac{\pi}{30}$ radian par minute, et pourquoi on retire cette quantité au lieu de l'ajouter. (0,5 point)

2. À 12 h 10, à quel réel le point M est-il associé ? Donne alors les coordonnées exactes de M. (1 point)
3. De même, détermine les coordonnées de M à 12 h 45. (0,5 point)
4. À un certain instant, l'ordonnée de M vaut $\frac{3}{5}$ et son abscisse est négative. Calcule cette abscisse. (1 point)
5. Enfin, quelle longueur, en centimètres, l'extrémité de l'aiguille parcourt-elle en 25 minutes ? Donne la valeur exacte. (1 point)



Réviser cercle trigonométrique et radians avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon fonctions trigonométriques ; entraîne-toi sur la fiche angles orientés et trigonométrie avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Fonctions cosinus et sinus : contrôle de maths en première
- Trigonométrie et produit scalaire : contrôle de maths en première
- Propriétés de l'exponentielle : contrôle de maths en première