

Dénombrement et combinaisons

Ce qu'évalue le contrôle : dénombrement et combinaisons

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Dénombrement (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Calculer et simplifier des factorielles et des nombres de combinaisons « k parmi n »
- Dénombrer un produit cartésien, des k -uplets et des k -uplets d'éléments distincts à l'aide d'un arbre ou du principe multiplicatif
- Distinguer une permutation, un arrangement et une combinaison selon que l'ordre compte ou non
- Construire le triangle de Pascal avec la relation de Pascal et en déduire le nombre de parties d'un ensemble
- Résoudre un problème concret en passant au complémentaire pour traiter une condition « au moins un »

Avant de commencer

Avant chaque calcul, pose-toi deux questions : **l'ordre compte-t-il** et les répétitions sont-elles

permises ? La réponse t'indique aussitôt le bon modèle. Quand une consigne contient « au moins un », pense d'abord au **complémentaire**, car le calcul direct est souvent long. De plus, vérifie tes résultats sur un petit cas que tu peux énumérer à la main. Enfin, rédige une phrase qui nomme le modèle choisi.

Le sujet du contrôle : dénombrement et combinaisons

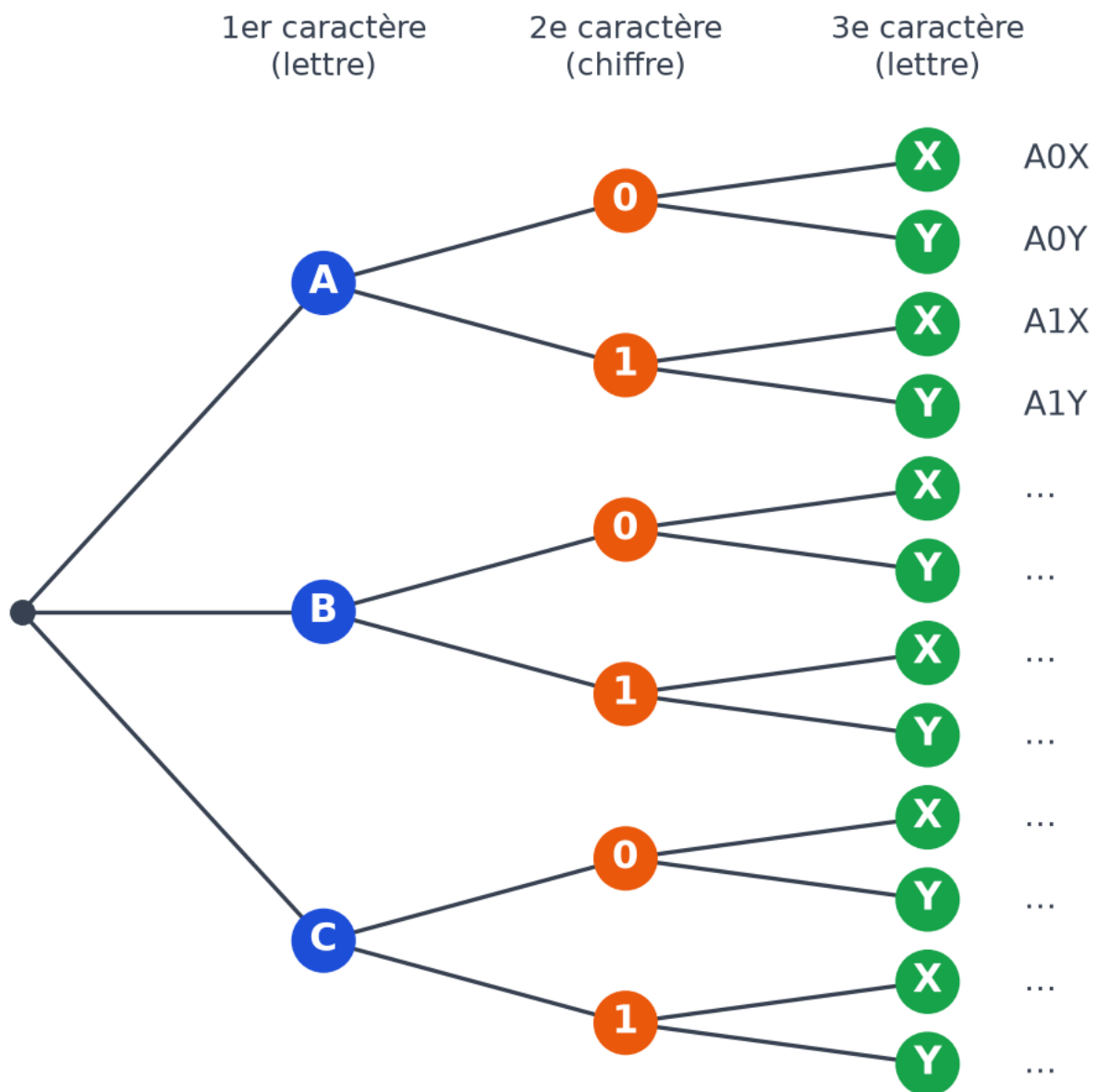
Exercice 1 - Factorielles et combinaisons (3 points)

Dans cet exercice, on note « k parmi n » le nombre de combinaisons de k éléments choisis dans un ensemble à n éléments. Donne d'abord chaque résultat sous forme exacte, puis simplifie-le à la main avant de le vérifier à la calculatrice.

1. Calcule d'abord $6!$. (0,5 point)
2. Simplifie le quotient $\frac{9!}{7!}$ sans calculer les deux factorielles. (0,5 point)
3. Détermine ensuite le nombre « 2 parmi 7 ». (0,5 point)
4. Explique pourquoi « 3 parmi 10 » et « 7 parmi 10 » sont égaux, puis calcule leur valeur commune. (1 point)
5. Pour tout entier $n \geq 1$, écris $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$ sous la forme d'un produit de deux entiers. (0,5 point)

Exercice 2 - Le code du casier (4 points)

Au club d'escalade, Nour ferme son casier avec un cadenas à trois caractères. Le premier est une lettre parmi A, B et C ; le deuxième est un chiffre, 0 ou 1 ; enfin, le troisième est une lettre, X ou Y. L'arbre ci-dessous représente tous les codes possibles, mais seuls ceux qui commencent par A sont écrits.



1. Combien de codes ce cadenas propose-t-il ? Écris ensuite la liste des codes qui commencent par B. (1 point)
2. L'ensemble des codes s'identifie au produit cartésien $\{A;B;C\} \times \{0;1\} \times \{X;Y\}$. Retrouve alors son cardinal par un calcul. (0,5 point)
3. Le club installe ensuite de nouveaux casiers dont le code est formé de quatre chiffres, chacun choisi de 0 à 9 (par exemple 0472 ou 3303). Quel est alors le nombre de codes possibles ? (0,5 point)
4. Combien de codes sont formés de quatre chiffres tous différents ? Nomme aussi le modèle utilisé. (1 point)
5. Dédus-en le nombre de codes dans lesquels au moins un chiffre apparaît plusieurs fois. (1 point)

Exercice 3 - Podiums et anagrammes (4 points)

Huit nageuses disputent la finale du 200 m nage libre. On suppose donc qu'il n'y a jamais d'ex æquo.

1. Combien de podiums différents (or, argent, bronze) peut-on obtenir ? Justifie ton choix de modèle. (1 point)
2. Détermine ensuite le nombre de classements complets de la finale, de la première à la huitième place. (1 point)
3. Une anagramme d'un mot est un mot, ayant un sens ou non, formé avec exactement les mêmes lettres. Combien le mot MATHS possède-t-il d'anagrammes ? (0,5 point)
4. Le mot RADAR contient deux R, deux A et un D. Choisis d'abord les places des deux R, puis celles des deux A, et déduis-en le nombre d'anagrammes de RADAR. (1,5 point)

Exercice 4 - Le triangle de Pascal (4 points)

Le tableau ci-dessous donne, à la ligne n et dans la colonne k , le nombre « k parmi n ». Cependant, plusieurs cases des lignes 5 et 6 sont restées vides.

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5			5	1	
6	1						1

1. Recopie puis complète les lignes 5 et 6 du tableau, car elles serviront ensuite. (1,5 point)
2. Énonce la relation de Pascal, puis vérifie-la sur le calcul de « 2 parmi 6 ». (1 point)
3. Calcule la somme des nombres de la ligne 6. Quel nombre retrouves-tu, et que représente-t-il pour un ensemble à six éléments ? (1 point)
4. Combien l'ensemble $\{a ; b ; c ; d ; e ; f\}$ a-t-il de parties contenant au moins deux éléments ? (0,5 point)

Exercice 5 - Les pizzas de Maëlys (5 points)

Maëlys ouvre une pizzeria. Sur une base tomate, le client ajoute des ingrédients choisis parmi dix : six légumes (poivron, champignon, oignon, olive, artichaut, roquette) et quatre fromages

(mozzarella, chèvre, gorgonzola, parmesan). Un même ingrédient ne peut pas être choisi deux fois. De plus, l'ordre des ingrédients n'a aucune importance.

1. Combien de pizzas différentes à exactement trois ingrédients peut-on composer ? (1 point)
2. Parmi ces pizzas, combien contiennent exactement deux légumes et un fromage ? (1 point)
3. Trouve ensuite le nombre de pizzas à trois ingrédients qui contiennent au moins un fromage. (1 point)
4. Un client pressé peut aussi prendre un nombre quelconque d'ingrédients, de zéro à dix. Détermine alors le nombre total de pizzas possibles. (1 point)
5. Enfin, le midi, la formule comprend une pizza à trois ingrédients, une boisson parmi cinq et un dessert parmi quatre. Combien de formules différentes Maëlys propose-t-elle ? (1 point)



Réviser dénombrement et combinaisons avant le contrôle

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Problèmes de dénombrement et tirages : contrôle de maths en terminale
- Dénombrement et loi binomiale : contrôle de maths en terminale
- Dérivée seconde et convexité : contrôle de maths en terminale