

Dénombrement et loi binomiale

Ce qu'évalue le contrôle : dénombrement et loi binomiale

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **2 heures**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitres : Dénombrement et Loi binomiale et variables aléatoires (4 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Calculer des probabilités par dénombrement lors d'un tirage simultané
- Relier le nombre de chemins d'un arbre à k succès au nombre de combinaisons « k parmi n »
- Justifier qu'une variable aléatoire suit une loi binomiale et calculer ses probabilités
- Déterminer le plus petit nombre de répétitions pour atteindre une probabilité donnée
- Calculer une espérance de gain et l'interpréter dans une loterie

Avant de commencer

Pour chaque tirage, demande-toi d'abord si l'ordre compte : un tirage simultané se compte avec des **combinaisons**. Quand une expérience se répète de façon identique et indépendante, cite les trois conditions du **schéma de Bernoulli** avant d'écrire la loi. Ensuite, utilise le complémentaire pour « au moins un ». Enfin, garde quatre décimales dans tes calculs à la

calculatrice.

Le sujet du contrôle : dénombrement et loi binomiale

Exercice 1 - Les jetons de la tombola (4 points)

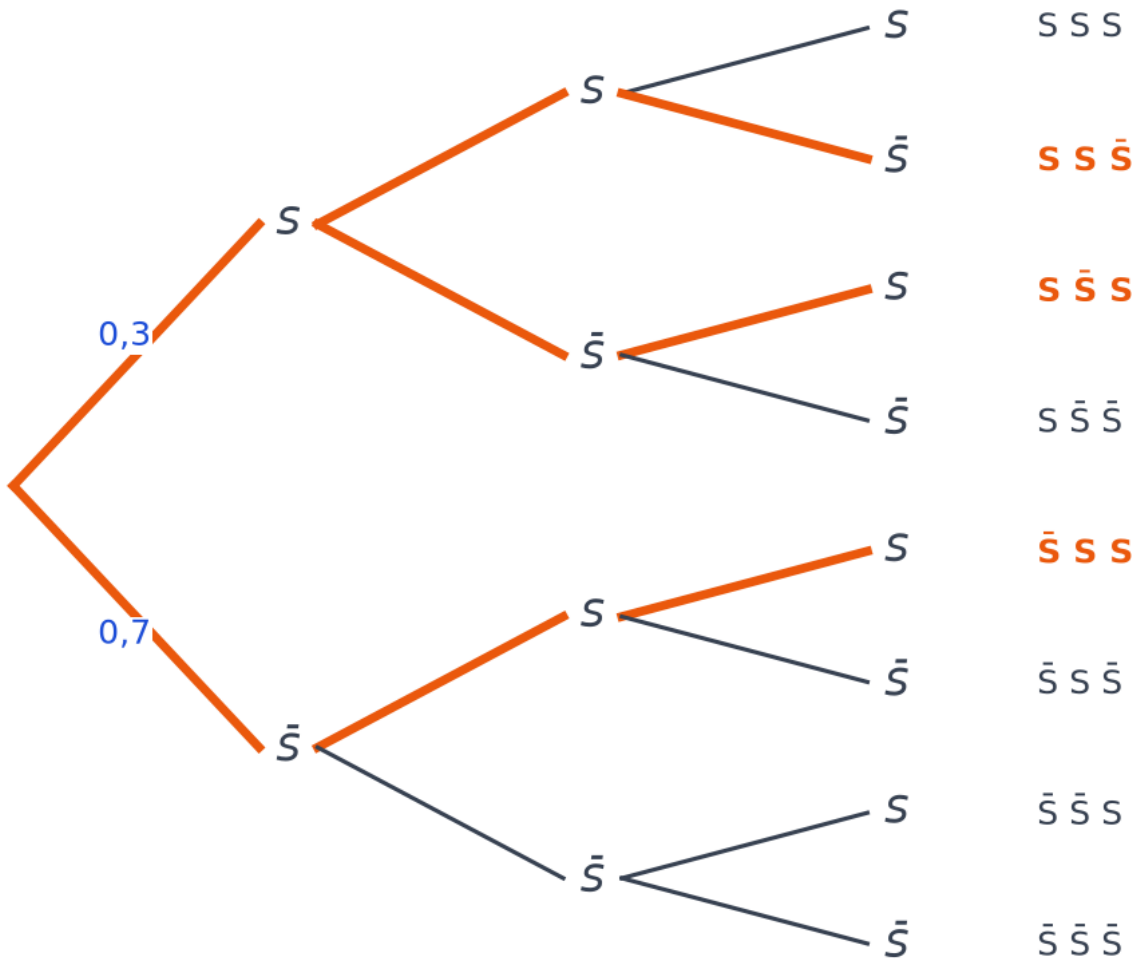
Un sac contient dix jetons indiscernables au toucher : six jetons verts numérotés de 1 à 6 et quatre jetons violets numérotés de 1 à 4. Ensuite, Yanis prend simultanément trois jetons dans le sac. Dans tout le sujet, on note « k parmi n » le nombre de parties à k éléments d'un ensemble à n éléments.



1. Tout d'abord, combien de tirages différents Yanis peut-il obtenir ? Justifie le modèle choisi. (1 point)
2. Calcule alors la probabilité de l'événement A : « les trois jetons sont verts ». (1 point)
3. Détermine ensuite la probabilité de l'événement B : « exactement deux jetons sont violets ». (1 point)
4. Quelle est enfin la probabilité de l'événement C : « au moins un jeton porte le numéro 1 » ? (1 point)

Exercice 2 - Des chemins à la formule binomiale (4 points)

On répète trois fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès S vaut $0,3$. On note ainsi X le nombre de succès obtenus. L'arbre ci-dessous représente l'expérience, et les chemins surlignés en orange sont ceux qui comportent exactement deux succès.



1. Recopie l'arbre en complétant toutes les probabilités, puis calcule la probabilité du chemin $SS\bar{S}$. (1 point)
2. Explique ensuite pourquoi le nombre de chemins à exactement deux succès est égal à « 2 parmi 3 ». (1 point)
3. Déduis-en donc $P(X=2)$. (1 point)
4. Calcule de même $P(X=0)$, $P(X=1)$ et $P(X=3)$, puis vérifie que la somme des quatre probabilités vaut 1. (1 point)

Exercice 3 - Contrôle qualité à l'atelier (6 points)

Partie A. Un lot de 20 pièces contient 3 pièces défectueuses. Pour le vérifier, Margaux prélève simultanément 4 pièces du lot.

1. D'abord, combien de prélèvements différents peut-elle faire ? (1 point)
2. Montre ensuite que la probabilité de ne prélever aucune pièce défectueuse vaut $\frac{28}{57}$. (1 point)
3. Calcule aussi la probabilité de prélever exactement une pièce défectueuse, sous forme de fraction irréductible. (1 point)

Partie B. Désormais, on considère toute la production de l'atelier, dont 5% des pièces sont défectueuses. On prélève 30 pièces au hasard ; la production est assez grande pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X le nombre de pièces défectueuses parmi les 30.

1. Justifie que X suit une loi binomiale, dont tu préciseras les paramètres. (1 point)
2. Donne alors $P(X=0)$ et $P(X \leq 2)$, arrondies à 10^{-4} . (1 point)
3. Enfin, calcule l'espérance de X , puis interprète-la. (1 point)

Exercice 4 - La loterie du lycée (6 points)

Pour financer un voyage, le foyer du lycée organise une loterie. Pour chaque ticket acheté 2 €, le joueur tire simultanément deux boules dans une urne de huit boules : trois dorées et cinq blanches. Quand les deux boules sont dorées, le joueur gagne 10 €. Puis on remet les boules dans l'urne avant le ticket suivant.

1. Montre que la probabilité de gagner avec un ticket vaut $p = \frac{1}{328}$. (1 point)
2. Léa achète alors 5 tickets. On note Y le nombre de tickets gagnants. Justifie que Y suit une loi binomiale. (1 point)
3. Calcule ensuite $P(Y = 1)$, arrondie à 10^{-4} . (1 point)
4. Quelle est donc la probabilité que Léa gagne au moins une fois ? (1 point)
5. Combien de tickets faut-il acheter, au minimum, pour que la probabilité de gagner au moins une fois dépasse 0,9 ? (1 point)
6. On note G le gain algébrique d'un joueur pour un ticket, prix du ticket déduit. Calcule $E(G)$, puis explique pourquoi cette loterie rapporte de l'argent au foyer. (1 point)



Réviser dénombrement et loi binomiale avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon probabilités et loi binomiale ; entraîne-toi sur la fiche probabilités conditionnelles avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Dénombrement et combinaisons : contrôle de maths en terminale

- Problèmes de dénombrement et tirages : contrôle de maths en terminale
- Loi binomiale et schéma de Bernoulli : contrôle de maths en terminale
- Espérance et loi des grands nombres : contrôle de maths en terminale