

Équations de cercles dans un repère

Ce qu'évalue le contrôle : équations de cercles dans un repère

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Géométrie repérée (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Écrire l'équation d'un cercle défini par son centre et son rayon, par un point ou par un diamètre
- Reconnaître un cercle en mettant une équation sous forme canonique et en déduire son centre et son rayon
- Déterminer les points d'intersection d'un cercle et d'une droite en résolvant une équation du second degré
- Écrire l'équation de la tangente à un cercle en un point à l'aide d'un vecteur normal
- Modéliser des zones de couverture circulaires et décider si un point est couvert

Avant de commencer

Retiens d'abord la forme $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$: attention aux signes, car un centre d'abscisse -3 donne $(x+3)^2$. Pour la forme canonique, complète chaque carré séparément, puis regroupe les constantes à droite. Si ce membre est **négatif**, il n'y a aucun cercle. Enfin, **vérifie** toujours tes points d'intersection en remplaçant leurs coordonnées dans les deux équations, puis compare ton résultat avec la figure.

Le sujet du contrôle : équations de cercles dans un repère

Exercice 1 - Trois cercles à mettre en équation (4 points)

Dans tout le sujet, et donc dans chaque exercice, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Écris d'abord une équation du cercle $\mathcal{C}_1$ de centre $A(-3;2)$ et de rayon 4. (1 point)
2. Le cercle $\mathcal{C}_2$ a pour centre $B(-1;4)$ et passe par $D(1;7)$. Calcule d'abord BD^2 , puis donne une équation de $\mathcal{C}_2$. (1 point)
3. Le cercle $\mathcal{C}_3$ a pour diamètre $[EF]$, avec $E(1;-2)$ et $F(7;6)$. Détermine alors son centre et son rayon, puis une équation. (1,5 point)
4. Les points $G(1;6)$ et $H(0;0)$ appartiennent-ils à $\mathcal{C}_3$? Justifie, car une réponse seule ne suffit pas. (0,5 point)

Exercice 2 - Cette équation définit-elle un cercle ? (4 points)

Pour chaque équation, mets le membre de gauche sous forme canonique. Dis ensuite si l'ensemble des points $M(x;y)$ qui la vérifient est un cercle et, quand c'est le cas, donne son centre et son rayon.

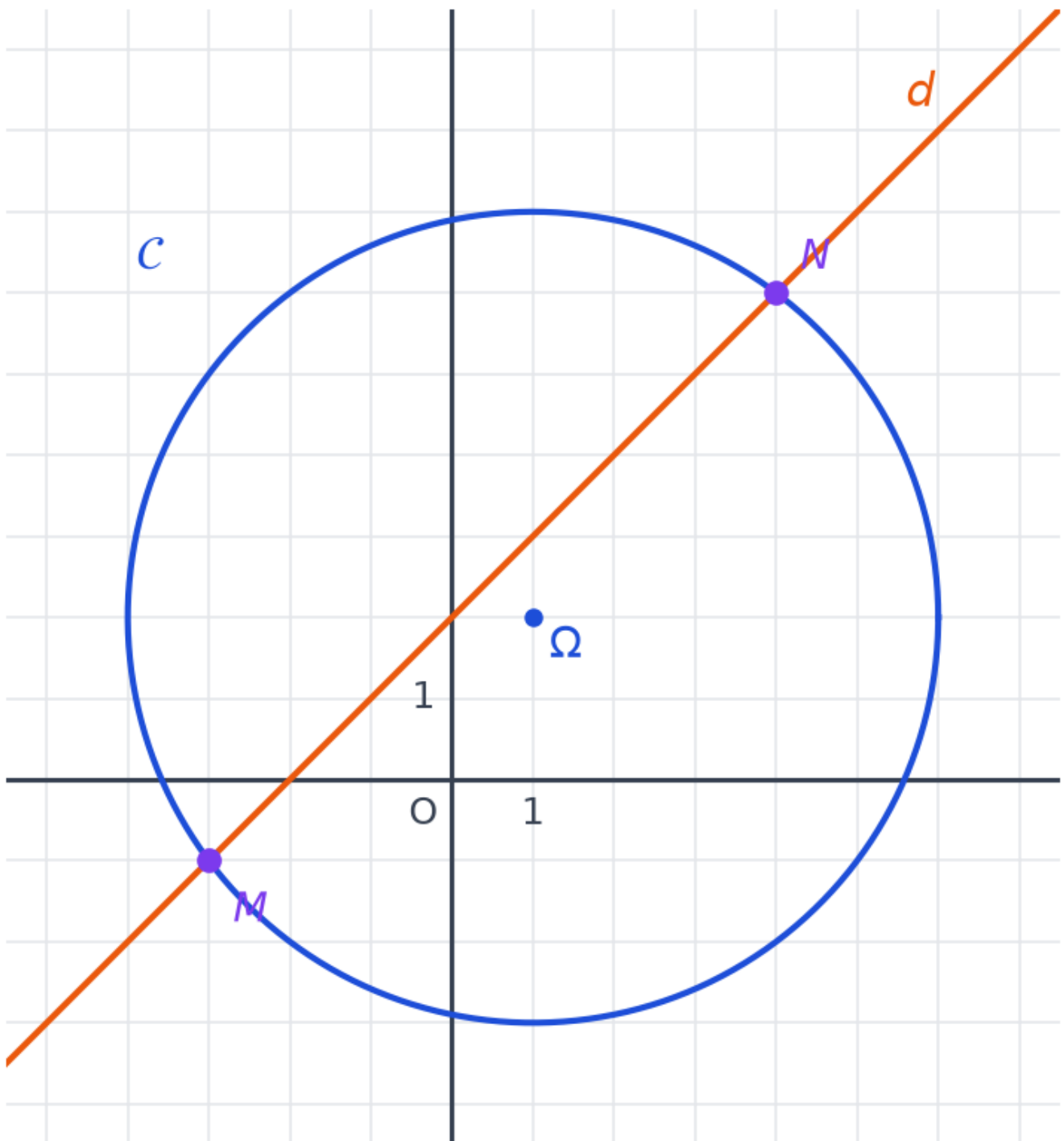
1. $x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$. (1,5 point)

2. $x^2+y^2+8x-2y+1=0$. (1,5 point)

3. $x^2+y^2-6x+10=0$. (1 point)

Exercice 3 - Un cercle coupé par une droite (4,5 points)

On considère le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ et la droite d d'équation $y=x+2$. La figure montre qu'ils se coupent en deux points M et N .



1. Donne tout d'abord le centre Ω et le rayon du cercle $\mathcal{C}$. (0,5 point)
2. Montre ensuite que les abscisses des points d'intersection vérifient $x^2 - x - 12 = 0$. (1,5 point)
3. Résous cette équation, puis déduis-en les coordonnées de M et de N , M ayant la plus petite abscisse. (1,5 point)
4. La droite d' d'équation $y = 8$ coupe-t-elle le cercle $\mathcal{C}$? Justifie par le calcul, car la figure ne suffit pas. (1 point)

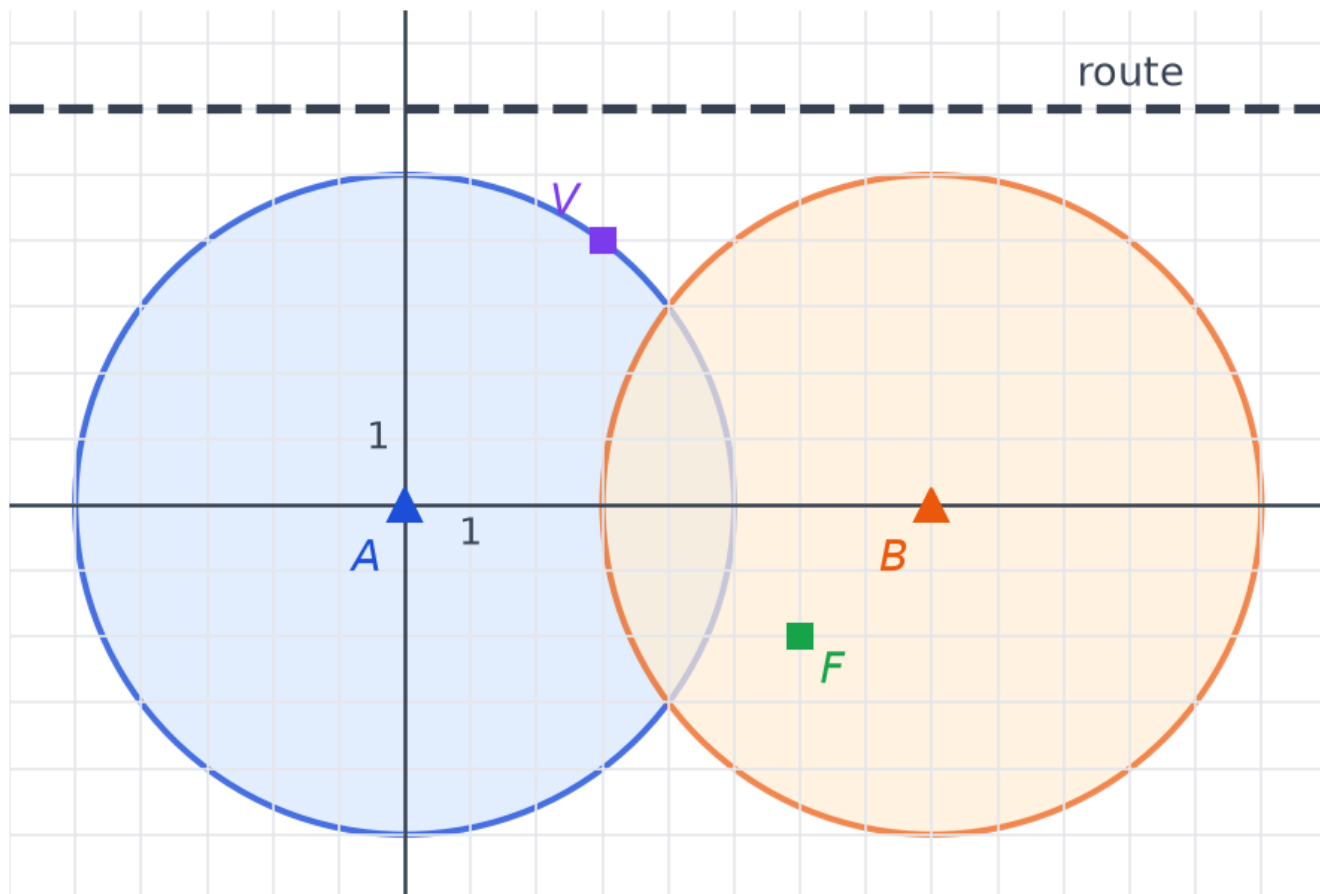
Exercice 4 - Tangente en un point du cercle (3 points)

Le cercle Γ a pour centre $K(2;1)$ et passe par le point $T(5;5)$. On rappelle aussi que la tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon en ce point.

1. Calcule d'abord le rayon de Γ , puis écris une équation de ce cercle. (1 point)
2. Explique pourquoi $\overrightarrow{KT}$ est un vecteur normal à la tangente Δ en T . (0,5 point)
3. Déduis-en une équation cartésienne de Δ . (1,5 point)

Exercice 5 - Deux antennes relais (4,5 points)

Sur la carte ci-dessous, une unité représente 1 km. Deux antennes relais sont placées en $A(0;0)$ et $B(8;0)$, et chacune couvre tous les points situés à 5 km ou moins d'elle. Noémie habite le village $V(3;4)$, tandis que son cousin Sacha vit à la ferme $F(6;-2)$. Enfin, une route rectiligne passe au nord, sur la droite d'équation $y = 6$.



1. Écris tout d'abord une équation de chacun des deux cercles qui limitent les zones couvertes. (1 point)
2. Le village V est-il couvert par l'antenne A ? Et la ferme F , par quelle antenne est-elle couverte ? Justifie par des calculs. (1 point)
3. En soustrayant membre à membre les deux équations, montre que les points communs aux deux cercles ont pour abscisse 4. Calcule ensuite leurs coordonnées. (1,5 point)
4. Un automobiliste qui roule sur la route capte-t-il l'une des deux antennes à un moment de son trajet ? Justifie. (1 point)



Réviser équations de cercles dans un repère avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon vecteurs, droites et plans ; entraîne-toi sur la fiche vecteurs et droites du plan avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Équations de droites et vecteur normal : contrôle de maths en première
- Produit scalaire et géométrie repérée : contrôle de maths en première
- Théorème d'Al-Kashi et orthogonalité : contrôle de maths en première