

Équations paramétriques de droites

Ce qu'évalue le contrôle : équations paramétriques de droites

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **2 heures**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Droites et plans de l'espace (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Écrire une représentation paramétrique d'une droite définie par un point et un vecteur directeur
- Tester l'appartenance d'un point à une droite ou à un plan donné par une représentation paramétrique
- Déterminer si deux droites de l'espace sont parallèles, sécantes ou non coplanaires en résolvant un système
- Écrire une représentation paramétrique d'un plan défini par trois points non alignés
- Modéliser deux trajectoires rectilignes pour étudier un risque de collision

Avant de commencer

Avant chaque calcul, nomme les paramètres avec des lettres **différentes** pour deux droites distinctes, car un même t fausserait le système. Pour étudier deux droites, compare d'abord leurs **vecteurs directeurs**, puis résous le système formé par deux équations. Vérifie ensuite la troisième : c'est elle qui décide si un point commun existe. Enfin, remplace toujours la solution trouvée dans les **trois coordonnées** pour contrôler ton résultat.

Le sujet du contrôle : équations paramétriques de droites

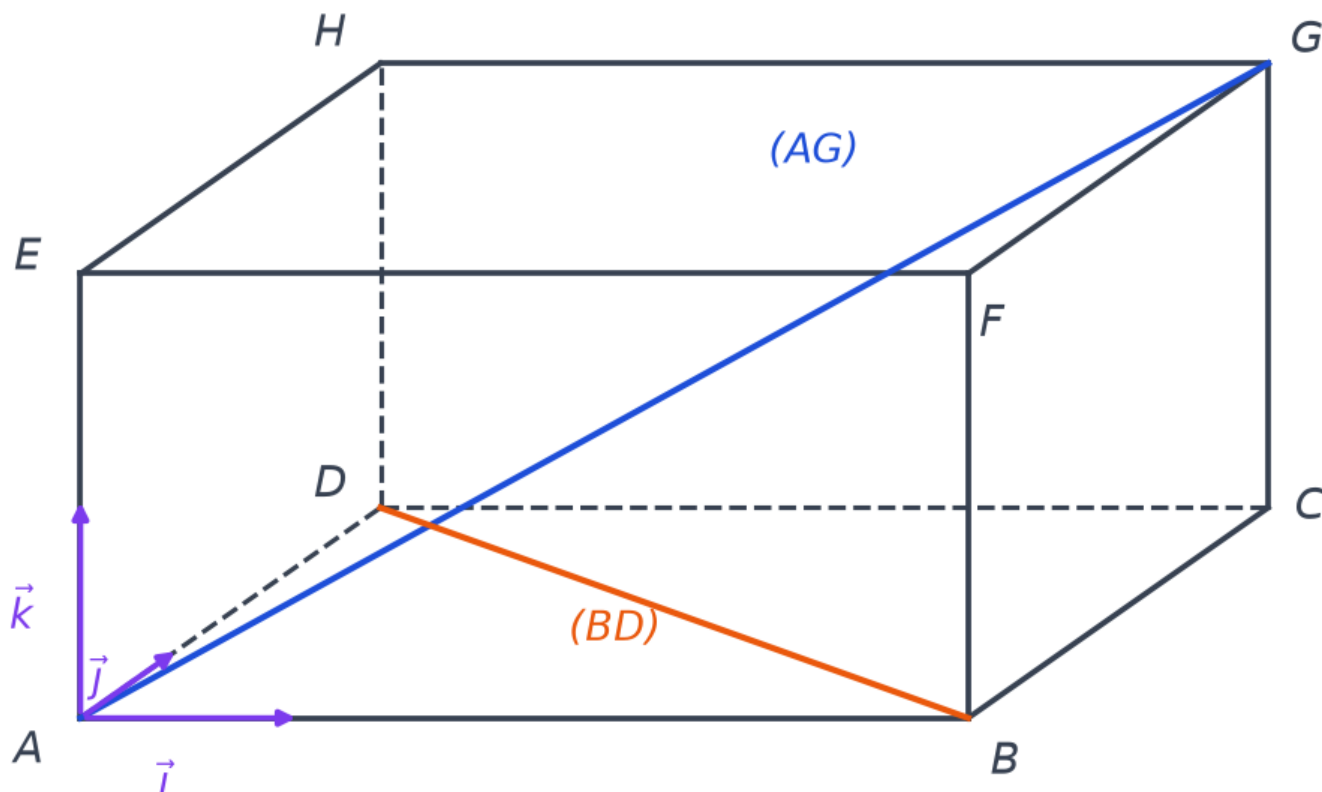
Exercice 1 - Une droite et trois points (3 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé. On considère le point $A(2;-1;3)$ et le vecteur $\vec{u}(1;2;-2)$. On note d la droite passant par A et dirigée par $\vec{u}$.

1. Écris une représentation paramétrique de la droite d . (1 point)
2. Les points $B(5;5;-3)$ et $C(0;-5;6)$ appartiennent-ils à d ? Justifie ta réponse, car un seul paramètre doit convenir. (1 point)
3. Détermine ensuite les coordonnées du point d'intersection de d avec le plan d'équation $z = 0$. (1 point)

Exercice 2 - Deux diagonales d'un pavé (5 points)

$ABCDEFGH$ est un pavé droit tel que $AB=4$, $AD=3$ et $AE=2$. On se place dans le repère orthonormé $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ où $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}$, $\overrightarrow{AD}=3\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE}=2\vec{k}$.



La figure n'est pas à l'échelle.

1. Tout d'abord, donne les coordonnées des points B , C , D , G et H . (1 point)
2. Écris une représentation paramétrique de la droite (AG) , puis une de la droite (BD) . (1 point)
3. Démontre ensuite que les droites (AG) et (BD) sont non coplanaires. (1,5 point)
4. Montre enfin que les droites (AG) et (BH) sont sécantes. Précise les coordonnées de leur point d'intersection Ω : que représente ce point pour le pavé ? (1,5 point)

Exercice 3 - Parallèles ou sécantes ? (3 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les trois droites suivantes, définies par leurs représentations paramétriques :

$$d_1: x=1+2t, y=-3+t, z=4-t, \text{ avec } t \in \mathbb{R} ;$$

$d_2: x = 3 - 4s, y = 2 - 2s, z = 1 + 2s$, avec $s \in \mathbb{R}$;

$d_3: x = 5 + k, y = -1 + k, z = 2 + 3k$, avec $k \in \mathbb{R}$.

1. Montre d'abord que d_1 et d_2 sont parallèles. Sont-elles confondues ou strictement parallèles ? (1,5 point)
2. Démontre que d_1 et d_3 sont sécantes, puis calcule les coordonnées de leur point commun. (1,5 point)

Exercice 4 - Un plan défini par trois points (4 points)

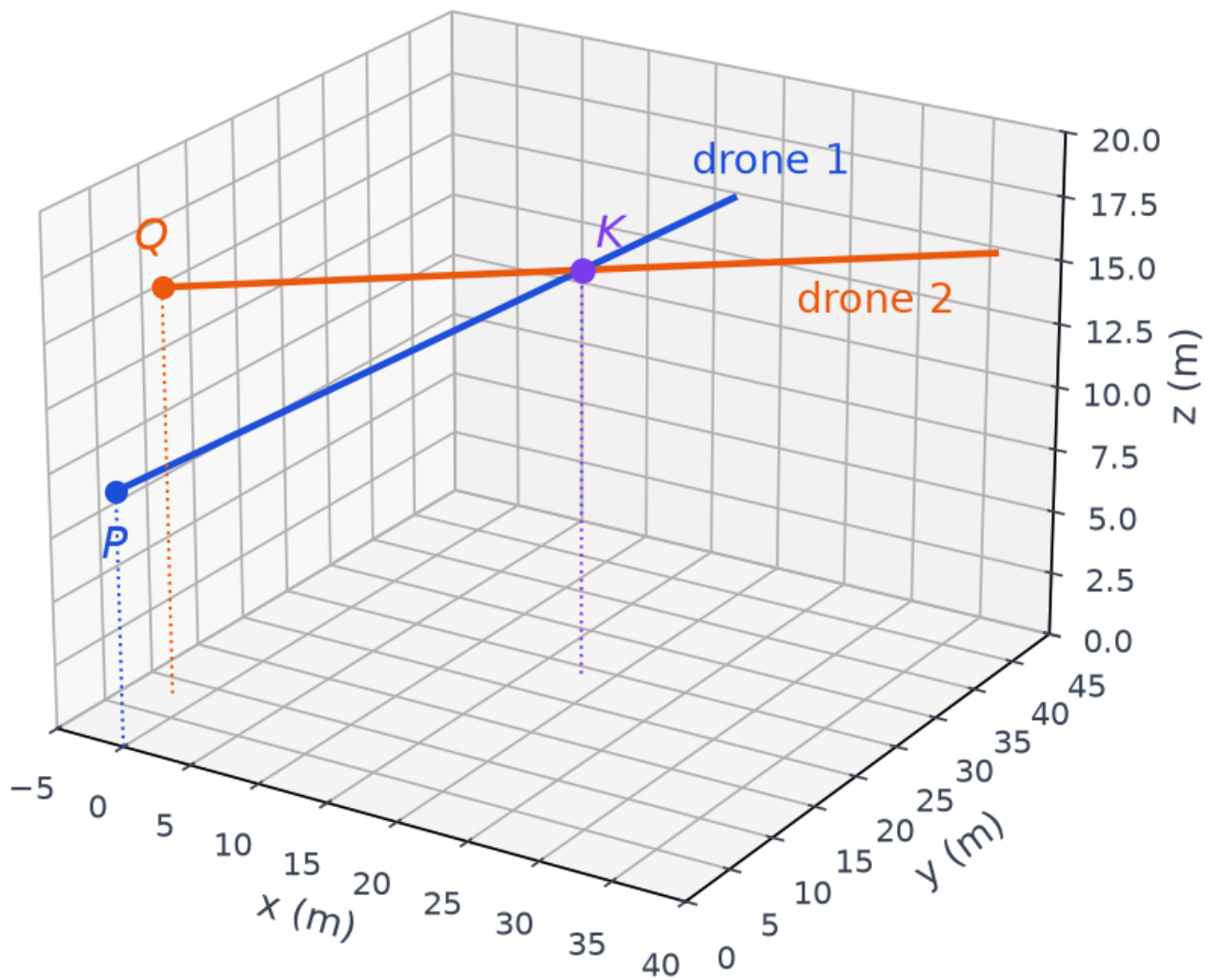
Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(1;0;2)$, $B(3;1;0)$ et $C(0;2;1)$.

1. Montre que les points A , B et C ne sont pas alignés. (1 point)
2. Déduis-en alors une représentation paramétrique du plan (ABC) . (1 point)
3. Ensuite, le point $D(4;4;-3)$ appartient-il au plan (ABC) ? Et le point $E(2;3;1)$? (1,5 point)
4. Trouve alors le point où le plan (ABC) coupe l'axe des cotes. (0,5 point)

Exercice 5 - Deux drones au-dessus du stade (5 points)

Afin de filmer un match, deux drones survolent un stade. L'unité du repère est le mètre et le temps t est mesuré en secondes à partir du décollage des prises de vue. Le sol correspond au plan d'équation $z = 0$.

Le drone 1 part du point $P(0;0;10)$ et sa position à l'instant t est $M_1(3t;4t;10+t)$. De plus, au même instant, le drone 2 part du point $Q(-2;8;16)$ et sa position est $M_2(-2+5t;8+4t;16)$.



La figure n'est pas à l'échelle.

1. Donne la position du drone 1 au bout de 2 secondes, puis son altitude. (0,5 point)
2. On note Δ_1 et Δ_2 les droites portant les deux trajectoires. Démontre qu'elles sont sécantes en un point K dont tu donneras les coordonnées. (1,5 point)
3. Les deux drones passent-ils en K au même instant ? Explique pourquoi les trajectoires se croisent sans que les drones se touchent. (1 point)
4. Montre alors que le carré de la distance entre les drones à l'instant t vaut $M_1M_2^2 = 5t^2 - 20t + 104$. (1 point)
5. Par sécurité, les drones doivent toujours rester à plus de 10 mètres l'un de l'autre.

Détermine donc la distance minimale entre eux, puis dis si cette règle est respectée. (1 point)



Réviser équations paramétriques de droites avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, entraîne-toi sur la fiche droites et plans de l'espace et vecteurs de l'espace et les équations paramétriques et cartésiennes de droites avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Vecteurs et plans de l'espace : contrôle de maths en terminale
- Problèmes de dénombrement et tirages : contrôle de maths en terminale
- Fonction logarithme népérien : contrôle de maths en terminale