Fonction affine

En mathématiques, c'est une fonction qui fait correspondre un point dans un espace unidimensionnel ou multidimensionnel à un autre point en appliquant une transformation linéaire (une mise à l'échelle et/ou une rotation) et une translation. En d'autres termes, c'est une fonction linéaire plus un terme constant.

Ces fonctions sont utilisées dans de nombreux domaines des mathématiques et des sciences, notamment l'algèbre linéaire, la géométrie, l'optimisation et l'infographie. Elles sont utilisées pour représenter de nombreux types de transformations linéaires, telles que les translations, les rotations et les mises à l'échelle, et elles sont utiles pour résoudre de nombreux problèmes impliquant des équations linéaires et des systèmes d'équations.

I. Définition de la fonction .

Définition :

Soient a et b deux nombres réels.

On appelle **fonction affine**, toute fonction f définie par $f : x \mapsto ax + b$.

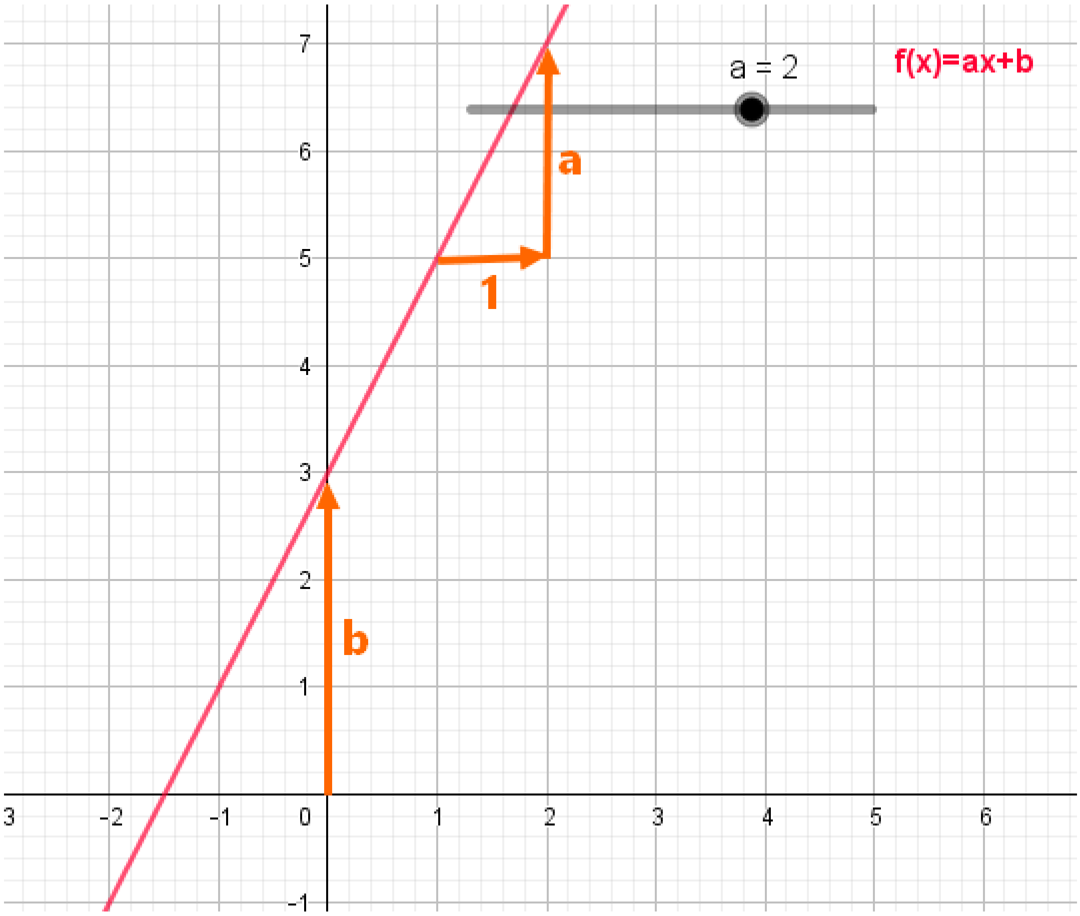
II. Propriétés de la fonction et vocabulaire.

Propriété :

Soit f une fonction affine telle que $f : x \mapsto ax + b$.

- Dans un repère orthonormé du plan, la courbe d'une fonction affine est **la droite d'équation y=ax + b**.
- Le nombre a est appelé **coefficient directeur** de la droite.

- Le nombre b est appelé l'ordonnée à l'origine.



Remarque :

Une **fonction linéaire est une fonction affine** mais la **réciproque est fausse**.

Contre-exemples :

$f : x \mapsto -3x$ est une fonction linéaire mais aussi affine car pour tout nombre réel x, nous avons $f(x) = -3x + 0$.

$g : x \mapsto -3x + 5$ est une fonction affine mais n'est pas linéaire.

III. Sens de variation de la fonction.

Propriété :

Soit a et b deux nombres réels et soit f la fonction telle que f(x)=ax + b pour tout nombre réel x.

- Si $a = 0$ alors f est une fonction constante;
- Si $a > 0$ alors la fonction f est **croissante**;
- Si $a < 0$ alors la fonction f est **décroissante.**

IV. Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine.

Propriété :

Soit f une fonction telle que $f : x \mapsto ax + b$.Soient $A(x_1; y_1)$ et $B(x_2; y_2)$ deux **points distincts** appartenant à la courbe de cette fonction.

Nous avons :

- $b = f(0)$
- $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$