

Fonction carrée, cube, racine carrée et inverse

La fonction carrée

I. Définition de la fonction carrée.

Définition :

La **fonction carrée** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f : x \mapsto x^2$.

Propriété :

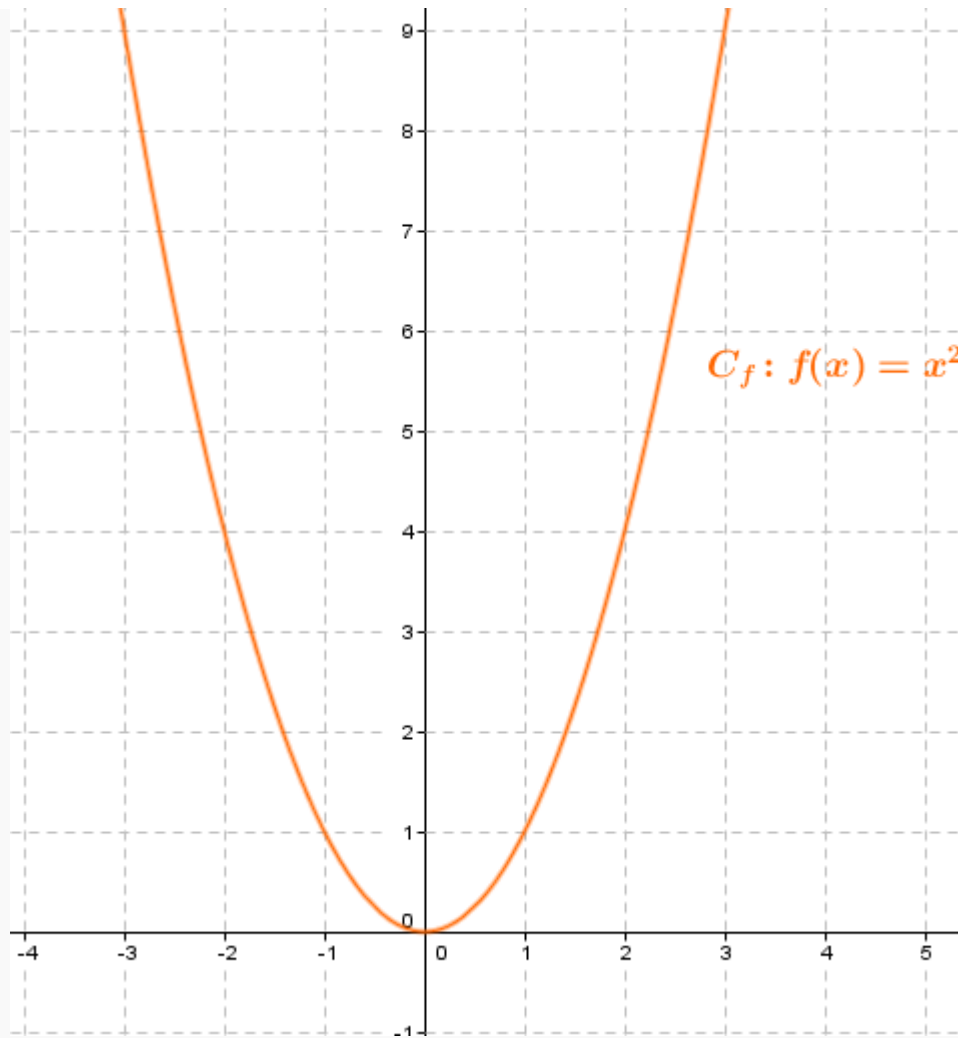
La courbe représentative de la **fonction** f définie par $f(x) = x^2$ pour tout nombre réel x est une **parabole** de sommet le point O qui est l'origine du repère orthonormé.

II. Courbe représentative et parabole.

Propriété :

La courbe de la fonction est **symétrique** par rapport à l'axe des ordonnées.

Nous avons pour tout réel x : $f(-x) = f(x)$.



III. Croissance comparée de la fonction.

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels .Si $0 < a < b$ alors $0 < a^2 < b^2$.

Si $a < b < 0$ alors $0 < b^2 < a^2$.

La fonction cube

I. définition de la fonction cube.

Définition :

On appelle **fonction cube**, la fonction f telle que, pour tout nombre réel x , $f : x \mapsto x^3$.

Propriété :

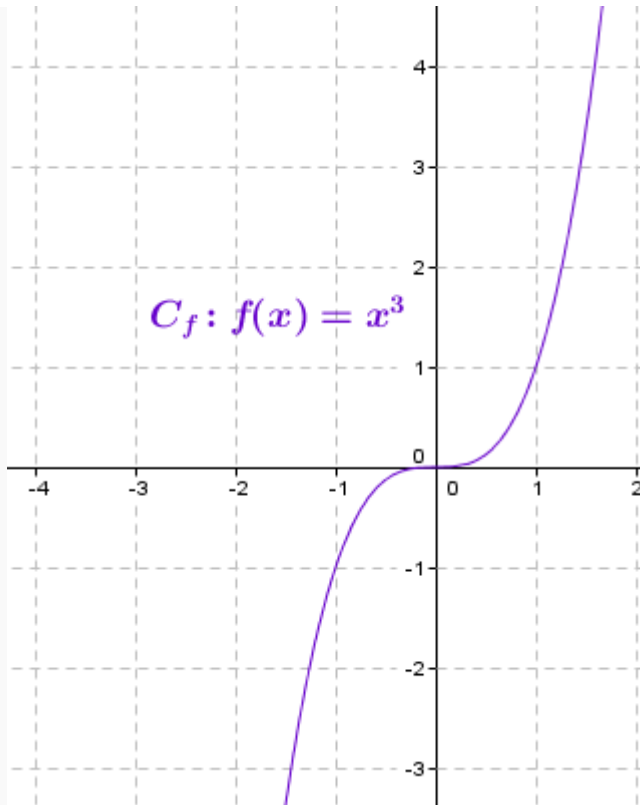
Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe de la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = x^3$ est une **hyperbole**.

II. Courbe représentative de la fonction et hyperbole.

Propriété :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe de la fonction cube admet une symétrie centrale par rapport à l'origine du repère.

Nous avons pour tout réel x : $f(-x) = -f(x)$.



III. Croissance comparée de la fonction cube.

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels .Si $a < b$ alors $0 < a^3 < b^3$.

La fonction racine carrée

I. Définition de la fonction racine carrée.

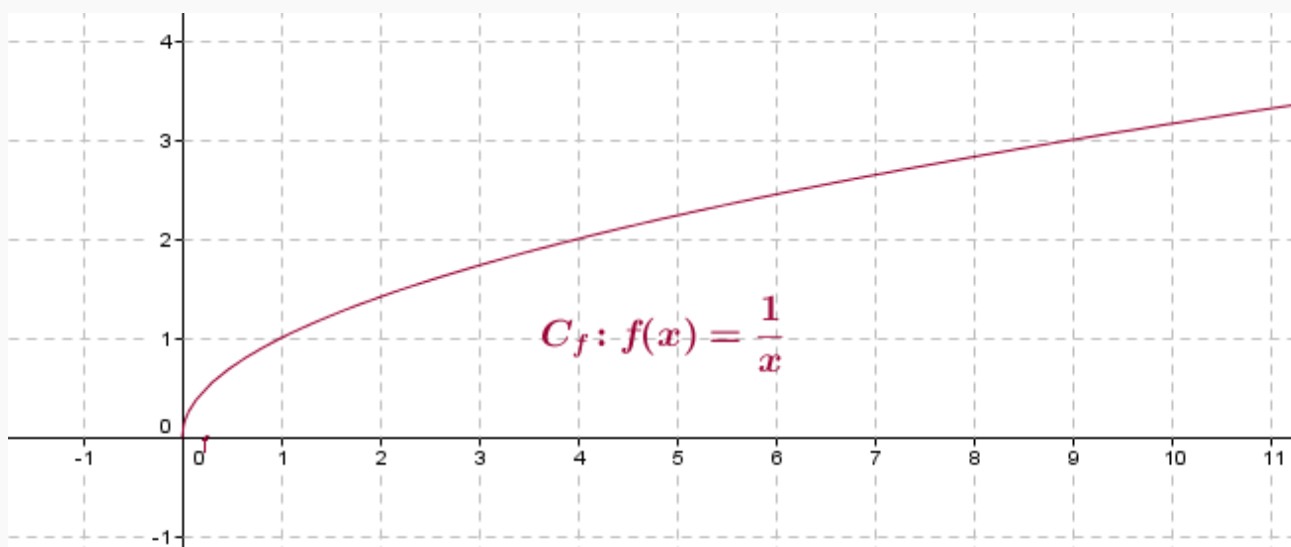
Définition :

On appelle **fonction racine carrée**, la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

II. Propriétés de la courbe représentative de la fonction.

Propriété :

Dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction est l'ensemble des points $M(x; \sqrt{x})$ avec $x \in [0; +\infty[$.



II. Croissance comparée de la fonction

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels **positifs ou nuls**.

Si $0 \leq a \leq b$ alors $0 \leq \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.

La fonction inverse

I. Définition de la fonction inverse.

Définition :

On appelle **fonction inverse**, la fonction définie pour tout nombre **réel non nul** par
 $f : x, \mapsto, \frac{1}{x}.$

II. Courbe représentative et hyperbole.

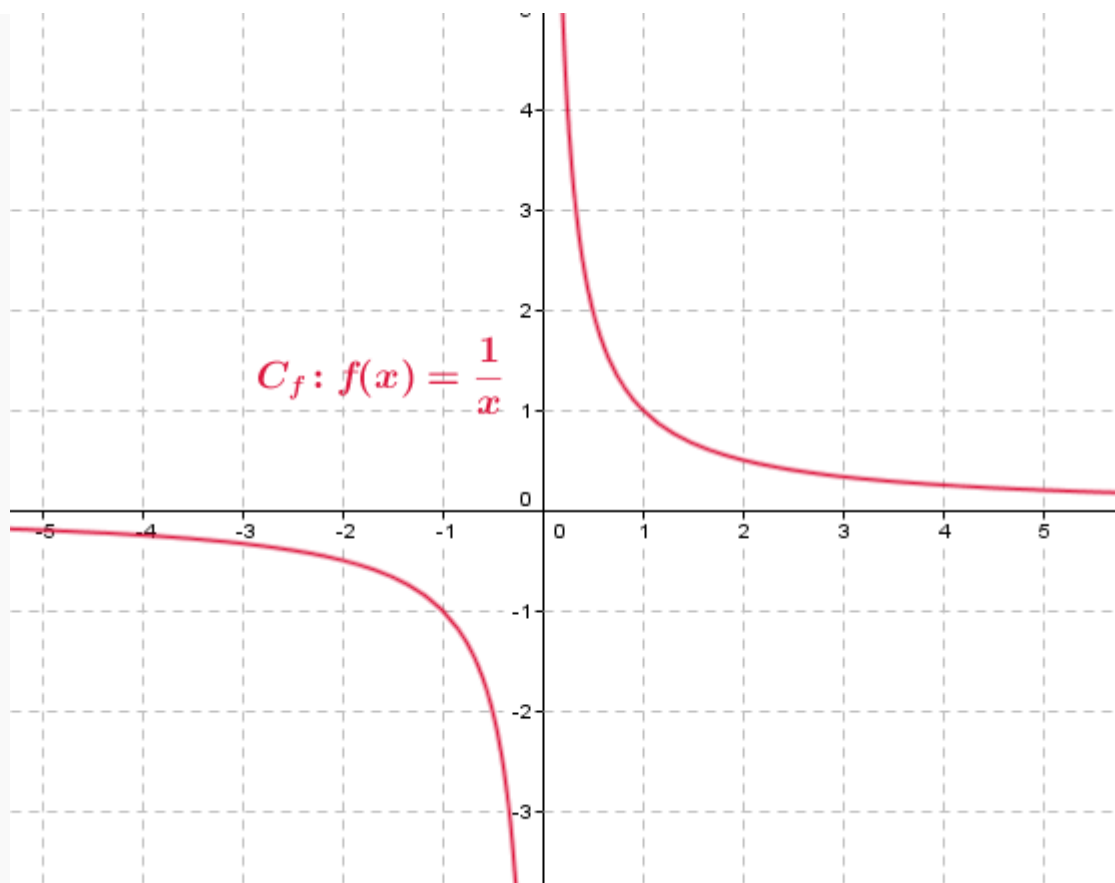
Propriété :

Dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la **fonction** est une **hyperbole**.

Propriété :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe de la fonction admet une symétrie centrale par rapport à l'origine du repère.

Nous avons pour tout réel x non nul : $f(-x) = -f(x).$



III. Croissance comparée de la fonction.

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels non nuls.

Si $0 < a < b$ alors $0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$.

Si $a < b < 0$ alors $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 0$.

Autre version de cette leçon

I. Les fonctions linéaires :

1.Définition :

Définition:

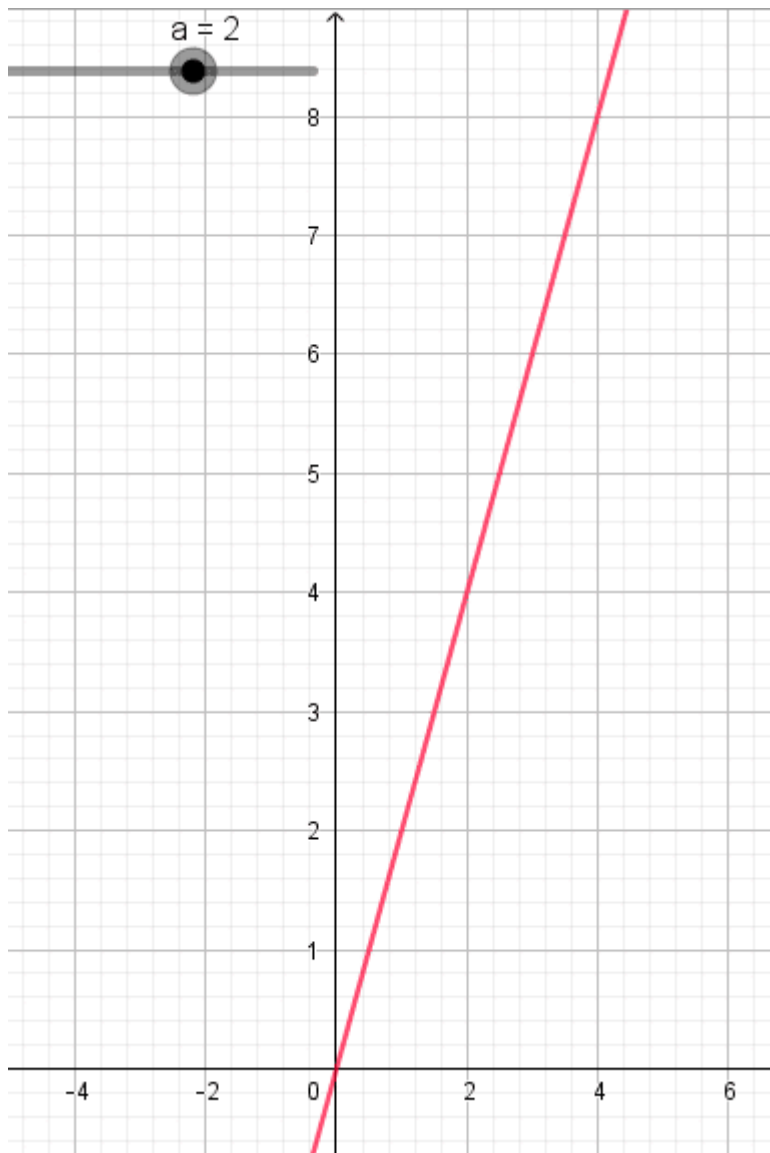
On appelle **fonction linéaire**, toute fonction définie par :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto ax$ où a est un réel donné.

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique d'une fonction linéaire définie sur $\mathbb{R}$ par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto ax$ est la droite D d'équation $y = ax$ passant par l'origine du repère (a est un réel donné).



Propriétés :

- Si $a = 0$, la fonction linéaire est la fonction nulle sur $\mathbb{R}$, nous avons pour tout x , $f(x)=0$.
- Si $a > 0$, la fonction linéaire est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a < 0$, la fonction linéaire est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

3. Propriété caractéristique des fonctions linéaires

Propriété :

Si f est une fonction linéaire, alors quels que soient les réels m et p , le taux de variation entre m et p est constant.

Plus précisément, si , alors, quels que soient les réels m et p : $a = \frac{f(m) - f(p)}{m - p}$.

Ce nombre a constant est le **coefficient directeur** de la droite D représentative de la fonction f .

II. Les fonctions affines :

1.Définition :

Définition :

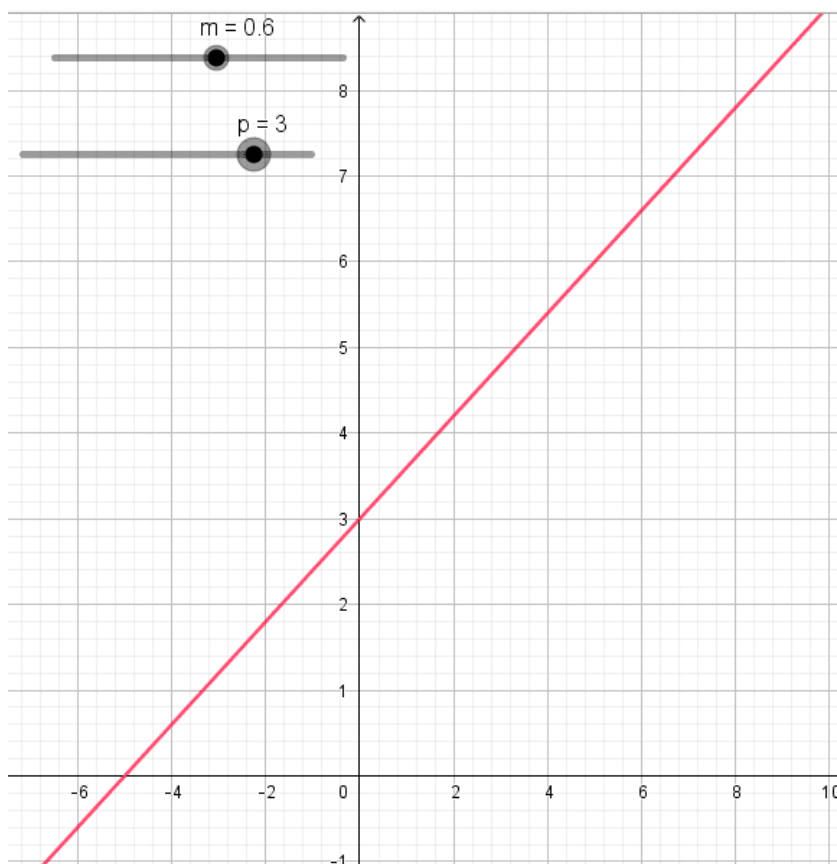
On appelle fonction affine, toute fonction définie par :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto mx + p$ où m et p sont des réels donnés.

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique d'une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto mx + p$ est la droite D d'équation $y = mx + p$ où m et p sont des réels donnés.



Propriété :

- Si $m = 0$, la fonction affine est une fonction constante sur $\mathbb{R}$, nous avons pour tout x , $f(x) = p$.
- Si $m > 0$, la fonction affine est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $m < 0$, la fonction affine est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

3. Propriété caractéristique des fonctions affines

Propriété :

Si f est une fonction affine, alors quels que soient les réels a et b , le taux de variation entre a et b est constant.

Plus précisément, si , alors, quels que soient les réels a et b : $m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Ce nombre m constant est le **coefficient directeur** de la droite D représentative de la fonction f .

Le nombre p est appelé l'**ordonnée à l'origine**. Nous avons $p=f(0)$.

4.Fonctions affines particulières:

Propriétés :

Si $p=0$ alors la fonction affine est *linéaire*.

Dans ce cas $f(x)$ est proportionnel x (m est le coefficient de proportionnalité).

Les graphiques des fonctions linéaires sont des droites qui passent par l'origine du repère . Elles ont pour équation: $y=mx$.

Si $m=0$ alors la fonction affine est *constante* . Nous avons pour tout x , $f(x)=p$.

Les graphiques des fonctions constantes sont des droites parallèles à l'axe des abscisses . Elles ont pour équation: $y=p$.

III. La fonction carrée :

1.Définition :

Définition :

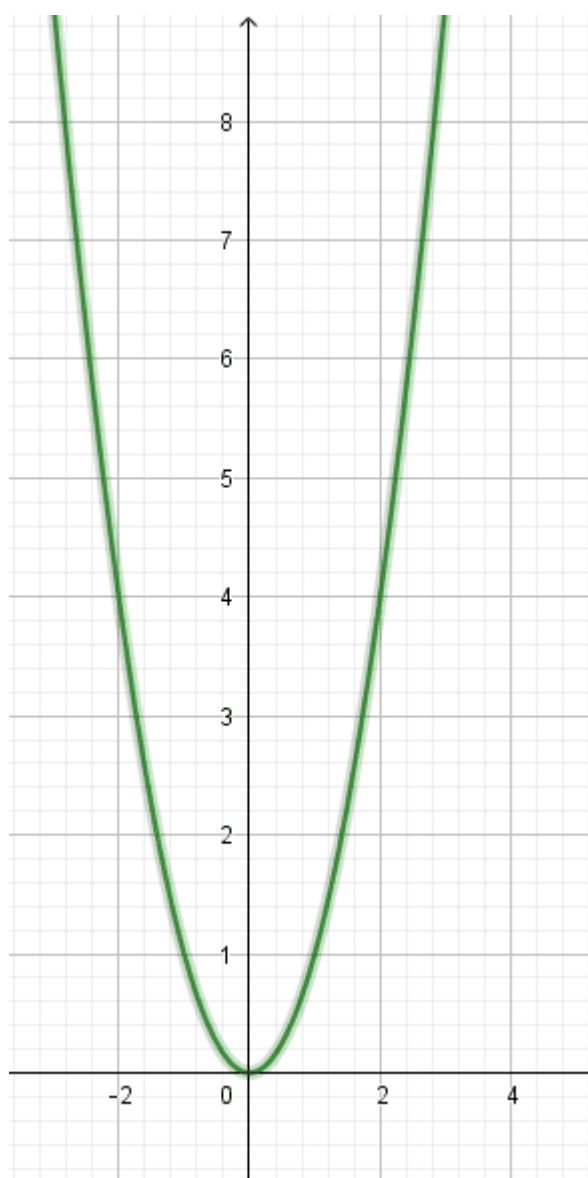
On appelle **fonction carrée**, toute fonction définie par :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^2 .$$

2.Représentation graphique

Propriétés :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique de la fonction carrée définie sur $\mathbb{R}$ par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^2$ est la droite **parabole** d'équation $y = x^2$.



Propriété :

- La fonction carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- La fonction carrée est strictement décroissante sur $] - \infty; 0]$.

IV. La fonction cube :

1.Définition :

Définition :

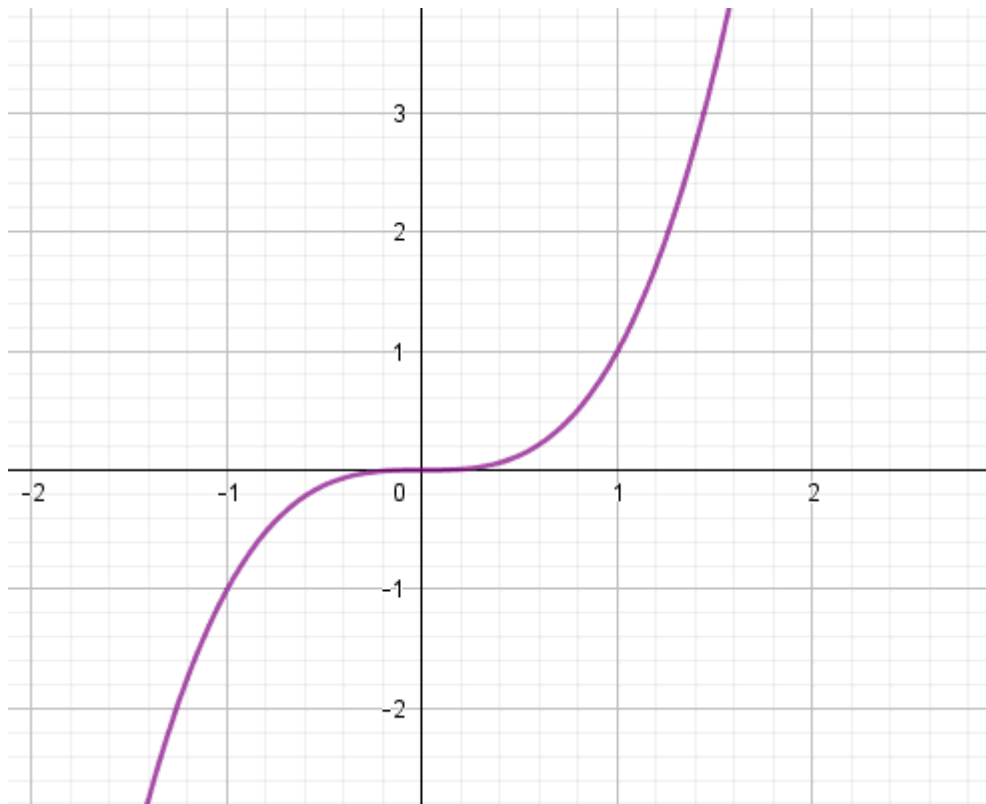
On appelle **fonction cube**, toute fonction définie par :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^3 .$$

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique de la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^3$ est la courbe d'équation $y = x^3$.



Propriété :

- La fonction cube est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- La fonction cube est strictement croissante sur $] -\infty; 0]$.

V. La fonction inverse :

1. Définition :

Définition :

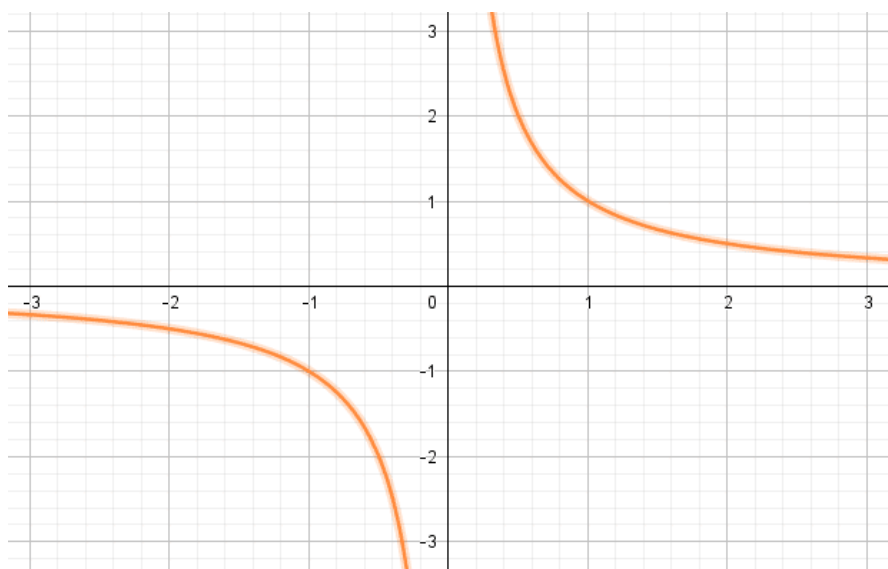
On appelle **fonction inverse**, toute fonction définie par :

$$f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \frac{1}{x} .$$

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique de la **fonction inverse** définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \frac{1}{x}$ est la courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$.



Propriété :

- La fonction inverse est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.
- La fonction cube est strictement décroissante sur $] - \infty; 0]$.