Cours de maths en terminale

Fonction exponentielle

La fonction exponentielle est largement utilisée en mathématiques, en sciences et en ingénierie pour modéliser les processus de croissance et de décroissance, résoudre les équations différentielles et étudier les systèmes complexes. Elle est également utilisée dans de nombreuses applications du monde réel, telles que la finance, la biologie, la physique et l'informatique.

I.La fonction exponentielle

Lemme :

Si il existe une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$et f(0)=1 alors f ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$.

Théorème :

Il existe une unique fonction f dérivable sur telle que $f' = f$ et f(0)=1.

Définition :

On appelle **fonction exponentielle**, notée exp, l'unique fonction dérivable sur R et telle que $f' = f$ et f(0)=1.Nous noterons cette fonction définie par $f(x) = e^x$ et $e^0 = 1$.

II.Les propriétés de la fonction exponentielle

Théorème :

On considère deux nombres réels x et y.Nous avons $e^{x+y} = e^x e^y$.

Exemple :

$e^{5+2} = e^5 e^2$
Propriétés :

On considère deux nombres réels x et y et n un entier naturel.Nous avons les propriétés suivantes :

- $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$;
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$;
- $e^{nx} = (e^x)^n$

Exemple :

$e^{-2} = \frac{1}{e^2}$

$\frac{e^7}{e^5} = e^{7-5} = e^2$

III.Etude de la fonction exponentielle

1.Le signe et ses variations

Propriété :

On considère la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$.

- f est continue sur $\mathbb{R}$;
- f est strictement positive sur $\mathbb{R}$;
- f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

2.Les limites en l'infini

Propriété :

On considère la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$.

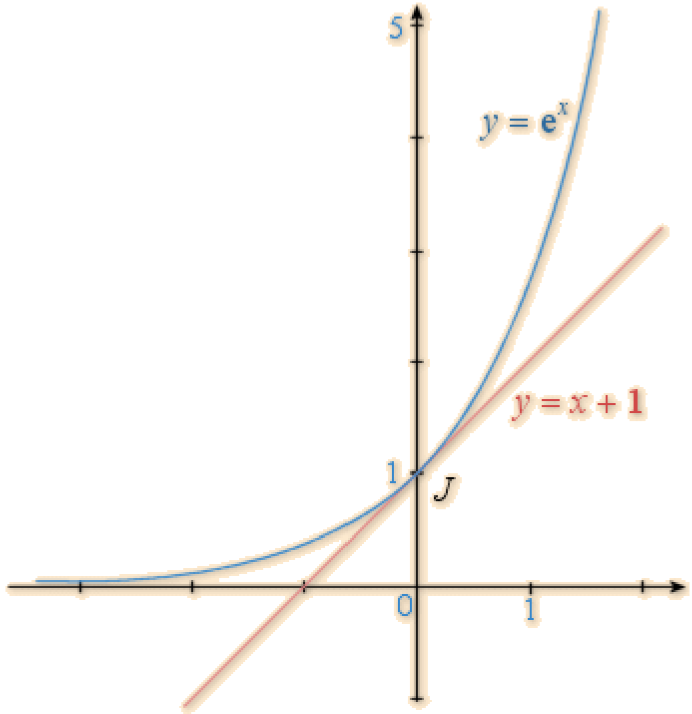
Nous avons $\lim\limits_{xarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{xarrow -\infty} f(x) = 0^+$.

3.Tableau de variation et courbe représentative

Propriété :

On considère la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$.

x	$-\infty$		$+\infty$
f'		$+$	
f	0	$\nearrow$	$+\infty$



Remarques :

La droite d'équation y=0 est une asymptote horizontale à la courbe de la fonction exponentielle en $-\infty$.

La droite d'équation y=x+1st une asymptote oblique à la courbe de la fonction exponentielle en 0.

3.Equations et inéquations

Propriété :

On considère deux nombres réels x et y.$e^x = e^y \Leftrightarrow\ x = y$

$x < y \Leftrightarrow\ e^x < e^y$