

Fonction linéaire et affine

La fonction linéaire

I. Définition de la fonction linéaire.

Définition :

Soit a un nombre réel.

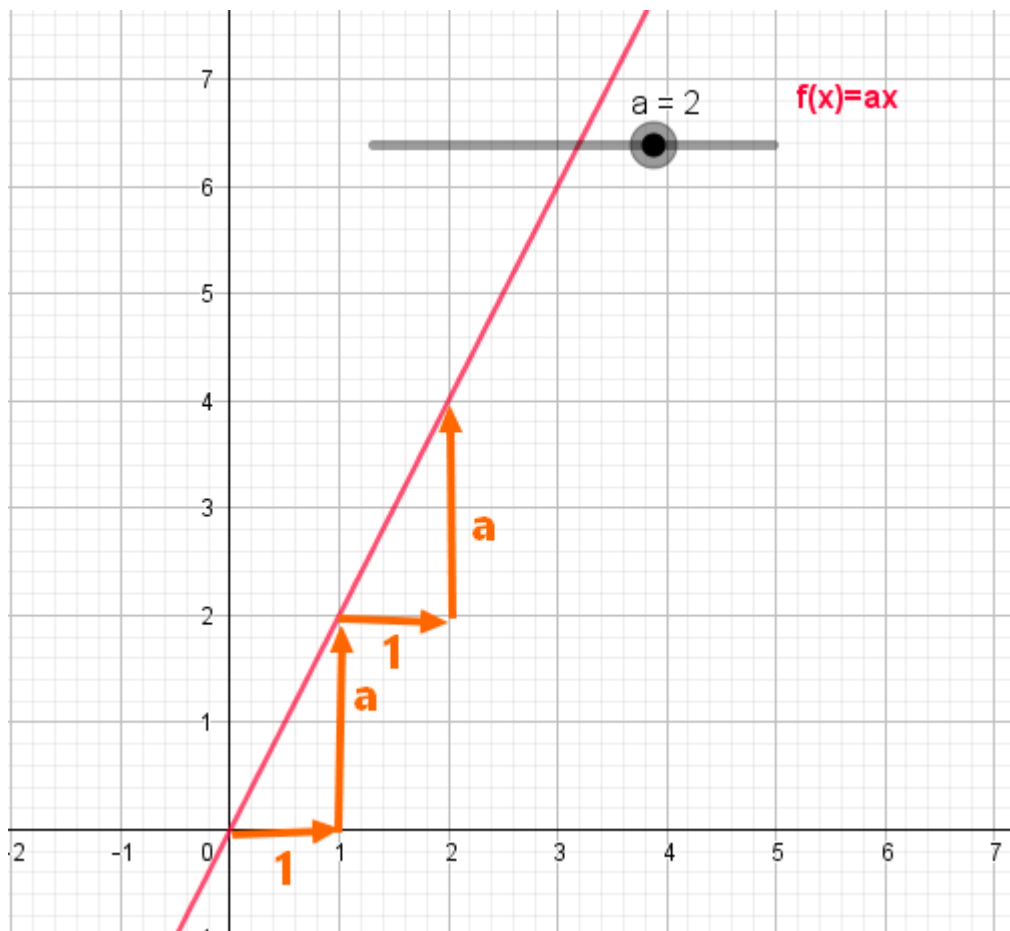
- On appelle fonction linéaire, toute fonction f définie par $f : x, \mapsto, ax$.
- Le nombre x est appelé l'antécédent du nombre $f(x)$;
- Le nombre $f(x)$ est appelé l'image de x par la fonction f .

II. Propriété de la courbe représentative.

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan, la courbe d'une fonction linéaire est **la droite d'équation $y=ax$ passant par l'origine** du repère.

Le nombre a est appelé **coefficient directeur** de la droite.



III. Sens de variation d'une fonction linéaire.

Propriété :

Soit a un nombre réel et soit f la fonction linéaire telle que $f(x)=ax$ pour tout nombre réel x .

- Si $a = 0$ alors f est la fonction nulle;
- Si $a > 0$ alors la fonction f est **croissante**;
- Si $a < 0$ alors la fonction f est **décroissante**.

Remarque :

- Si f est une fonction linéaire alors nous avons une situation de proportionnalité.

- Les grandeurs x et $f(x)$ sont **proportionnelles** et le coefficient de proportionnalité correspond à la valeur du coefficient directeur.
- $a=f(1)$

La fonction affine

I. Définition de la fonction .

Définition :

Soient a et b deux nombres réels.

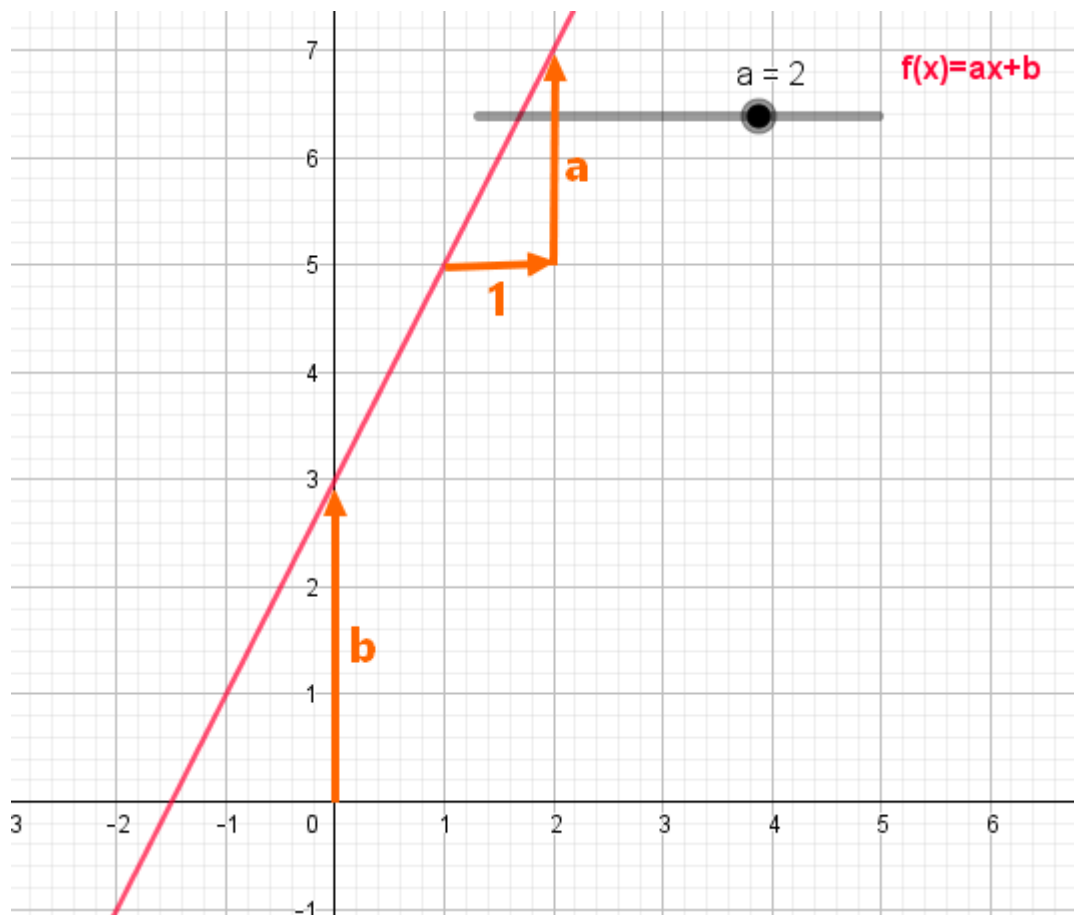
On appelle **fonction affine**, toute fonction f définie par $f : x \mapsto ax + b$.

II. Propriétés de la fonction et vocabulaire.

Propriété :

Soit f une fonction affine telle que $f : x \mapsto ax + b$.

- Dans un repère orthonormé du plan, la courbe d'une fonction affine est **la droite d'équation $y=ax + b$** .
- Le nombre a est appelé **coefficient directeur** de la droite.
- Le nombre b est appelé l'ordonnée à l'origine.



Remarque :

Une **fonction linéaire est une fonction affine** mais la **réciproque est fausse**.

Contre-exemples :

$f : x \mapsto -3x$ est une fonction linéaire mais aussi affine car pour tout nombre réel x , nous avons $f(x) = -3x + 0$.

$g : x \mapsto -3x + 5$ est une fonction affine mais n'est pas linéaire.

III. Sens de variation de la fonction.

Propriété :

Soit a et b deux nombres réels et soit f la fonction telle que $f(x) = ax + b$ pour tout nombre réel x .

- Si $a = 0$ alors f est une fonction constante;

- Si $a > 0$ alors la fonction f est **croissante**;
- Si $a < 0$ alors la fonction f est **décroissante**.

IV. Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine.

Propriété :

Soit f une fonction telle que $f : x \mapsto ax + b$. Soient $A(x_1; y_1)$ et $B(x_2; y_2)$ deux **points distincts** appartenant à la courbe de cette fonction.

Nous avons :

- $b = f(0)$
- $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$