

Fonction logarithme népérien

Ce qu'évalue le contrôle : fonction logarithme népérien

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **1 heure 30**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Fonction logarithme népérien (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Simplifier une expression à l'aide des propriétés algébriques du logarithme (produit, quotient, puissance)
- Résoudre une équation ou une inéquation avec $\ln$ ou $\exp$ en déterminant d'abord l'ensemble de résolution
- Relier les courbes de $\ln$ et de $\exp$ par la symétrie d'axe $y = x$ et lire graphiquement des solutions
- Dériver une fonction de la forme $\ln(u)$ et calculer des limites par croissances comparées
- Déterminer le plus petit entier n tel que q^n soit inférieur à un seuil en utilisant le logarithme

Avant de commencer

Dans chaque équation ou inéquation, écris d'abord la **condition d'existence** des logarithmes,

car une solution trouvée hors de cet ensemble doit être rejetée. Quand tu divises par $\ln(0,8)$, souviens-toi que ce nombre est **négatif** : le sens de l'inégalité change donc. Pour les limites, repère la forme indéterminée avant de factoriser. Enfin, vérifie tes solutions à la calculatrice et compare-les avec la **lecture graphique** de l'exercice 3.

Le sujet du contrôle : fonction logarithme népérien

Exercice 1 - Calculs avec les propriétés de $\ln$ (4 points)

Dans cet exercice, donne des valeurs exactes : la calculatrice ne sert qu'à vérifier.

1. Simplifie d'abord $A = \ln(12) + \ln(3) - 2\ln(6)$. (1 point)
2. Calcule ensuite $B = \ln(e^3) - \ln\left(\frac{1}{e^2}\right) + \ln(\sqrt{e})$. (1 point)
3. Écris $C = 3\ln(2) + \ln(5) - \ln(4)$ sous la forme $\ln(a)$, où a est un entier. (1 point)
4. Enfin, exprime $\ln(72)$ en fonction de $\ln(2)$ et de $\ln(3)$. (1 point)

Exercice 2 - Équations et inéquations (5 points)

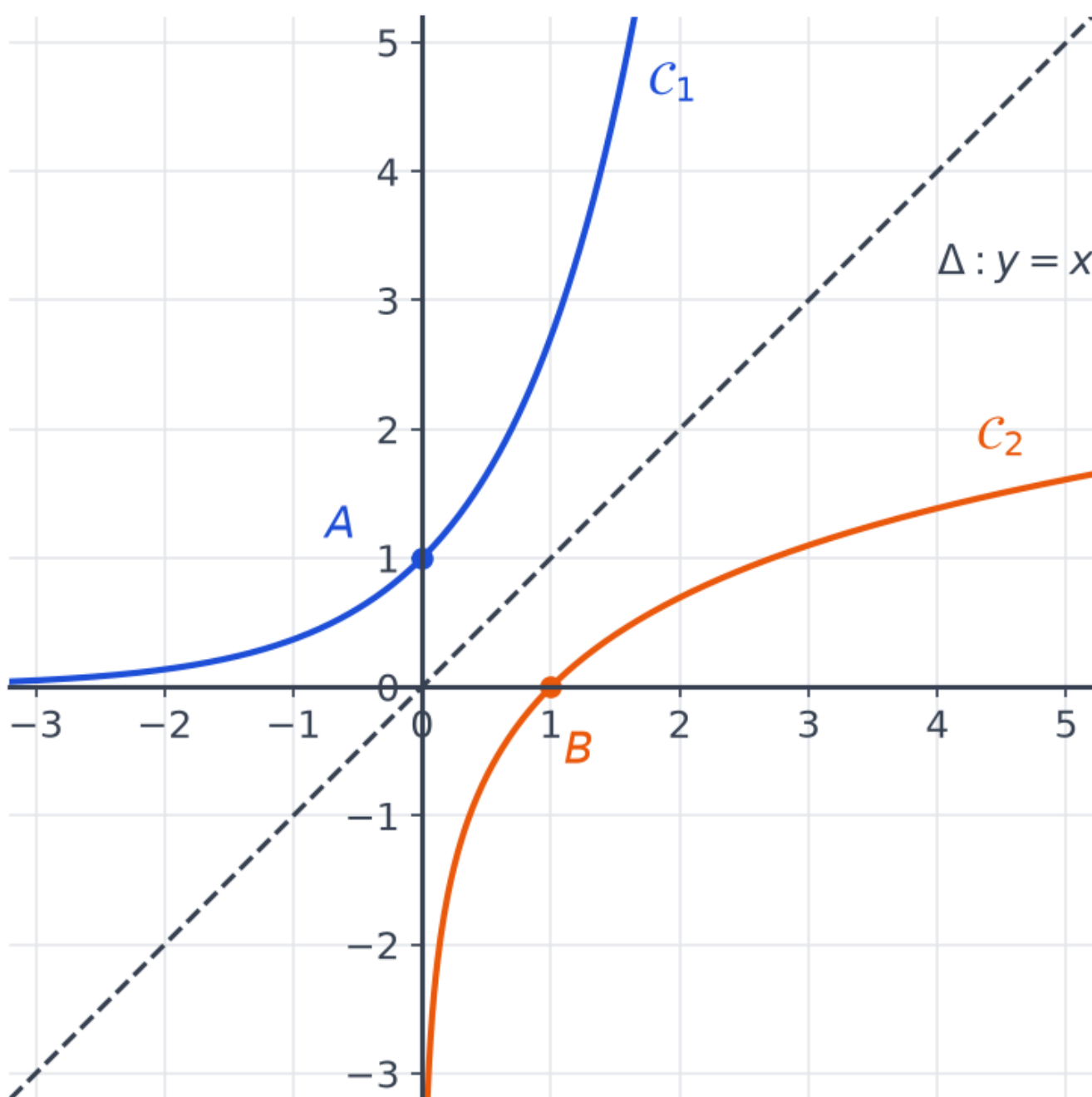
Pour chaque question, précise d'abord l'ensemble sur lequel on résout, puis donne l'ensemble des solutions.

1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$. (1 point)
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{2x-1} > 3$, puis donne une valeur approchée de la borne au centième. (1,5 point)
3. Trouve les solutions de l'équation $\ln(x) + \ln(x-2) = \ln(8)$. (1,5 point)

4. Détermine enfin l'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(3-x) \leq 0$. (1 point)

Exercice 3 - Deux courbes symétriques (3 points)

Dans le repère orthonormé ci-dessous, on a tracé les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ des fonctions exponentielle et logarithme népérien, ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$. Les points $A(0;1)$ et $B(1;0)$ sont marqués.



1. Associe chaque courbe à sa fonction, en justifiant à l'aide des points A et B . (1 point)
2. Le point $M(e^2; 2)$ appartient à $\mathcal{C}_2$. Explique pourquoi le point $N(2; e^2)$ appartient alors à $\mathcal{C}_1$, puis précise la transformation qui envoie M sur N . (1 point)

Le graphique suivant représente la courbe de la fonction $\ln$, ainsi que les droites d'équations $y = 1,5$ et $y = -1$.



3. Lis graphiquement la solution de l'équation $\ln(x) = 1,5$, puis donne sa valeur exacte. (0,5 point)
4. Par lecture graphique, résous aussi l'inéquation $\ln(x) < -1$, et confirme le résultat par le calcul. (0,5 point)

Exercice 4 - Dérivées et limites (4 points)

1. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln(x)$. Calcule $f'(x)$, puis factorise le résultat. (1 point)

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \ln(x^2 + 4)$. Justifie que g est bien définie sur $\mathbb{R}$, calcule $g'(x)$ et déduis-en les variations de g . (1,5 point)
3. Détermine $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 3\ln(x))$ en levant l'indétermination. (1 point)
4. Quelle est la limite de $2x\ln(x) + 5$ quand x tend vers 0 par valeurs positives ? (0,5 point)

Exercice 5 - La dépollution du lac (4 points)

Au 1er janvier 2026, un lac de montagne contient 500 kg d'un polluant. Une station de traitement est alors installée : chaque année, elle élimine 20 % de la quantité de polluant présente au début de l'année, et on suppose qu'aucun nouveau rejet n'a lieu. On note q_n la quantité de polluant, en kg, au 1er janvier de l'année $2026 + n$. Ainsi, $q_0 = 500$.

1. Justifie que (q_n) est une suite géométrique, puis exprime q_n en fonction de n . (1 point)
2. Calcule la quantité de polluant restant au 1er janvier 2029. (0,5 point)
3. Détermine, à l'aide du logarithme, le plus petit entier naturel n tel que $0,8^n < 0,01$. (1,5 point)
4. Les autorités autorisent de nouveau la baignade quand il reste moins de 1 % de la quantité initiale. Donne l'année correspondante, en justifiant le lien avec la question précédente. (0,5 point)
5. Recopie et complète la fonction Python ci-dessous, afin qu'elle renvoie cette année. (0,5 point)

```
1 def annee_seuil():
2     n = 0
3     q = 500
4     while ..... :
5         n = n + 1
6         q = .....
7     return 2026 + n
```



Réviser fonction logarithme népérien avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon fonction logarithme népérien ; entraîne-toi sur la fiche logarithme népérien avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Étude de fonction avec logarithme : contrôle de maths en terminale
- Suites et logarithme népérien : contrôle de maths en terminale
- Vecteurs et plans de l'espace : contrôle de maths en terminale