# Fonction logarithme népérien

## I. La fonction logarithme

### Définition :

Soit a un nombre réel strictement positif. La **logarithme naturel** est l'unique solution de l'équation $e^x = a$,

Le logarithme de a est noté ln(a) ou ln a.

La fonction logarithme naturel, notée ln, est la fonction f est définie par f(x)=ln x sur $]0;+\infty[$.

### Propriétés :

Pour tout réel a>0 et tout nombre réel b, nous avons $lna = b \Leftrightarrow a = e^b.ln1 = 0$ car $e^0 = 1$

$lne = 1$ car $e^1 = e$

Exemple :

Résoudre l'équation $e^{2x+3} = 4$.

$$2x + 3 = ln42x = ln4 - 3x = \frac{ln4 - 3}{2}$$

### Propriétés :

Pour tout x>0, $e^{lnx} = x$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $ln(e^x) = x$.

Exemples :

$e^{ln7} = 7$ et $lne^2 = 2$.

## II. Les courbes des fonctions exp et ln

### Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan, les courbes de la fonctions exp définie par f(x)=e^x sur $\mathbb{R}$ et de la fonction logarithme népérien ln définie par $g(x) = lnx$ sur $]0;+\infty[$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation y=x.

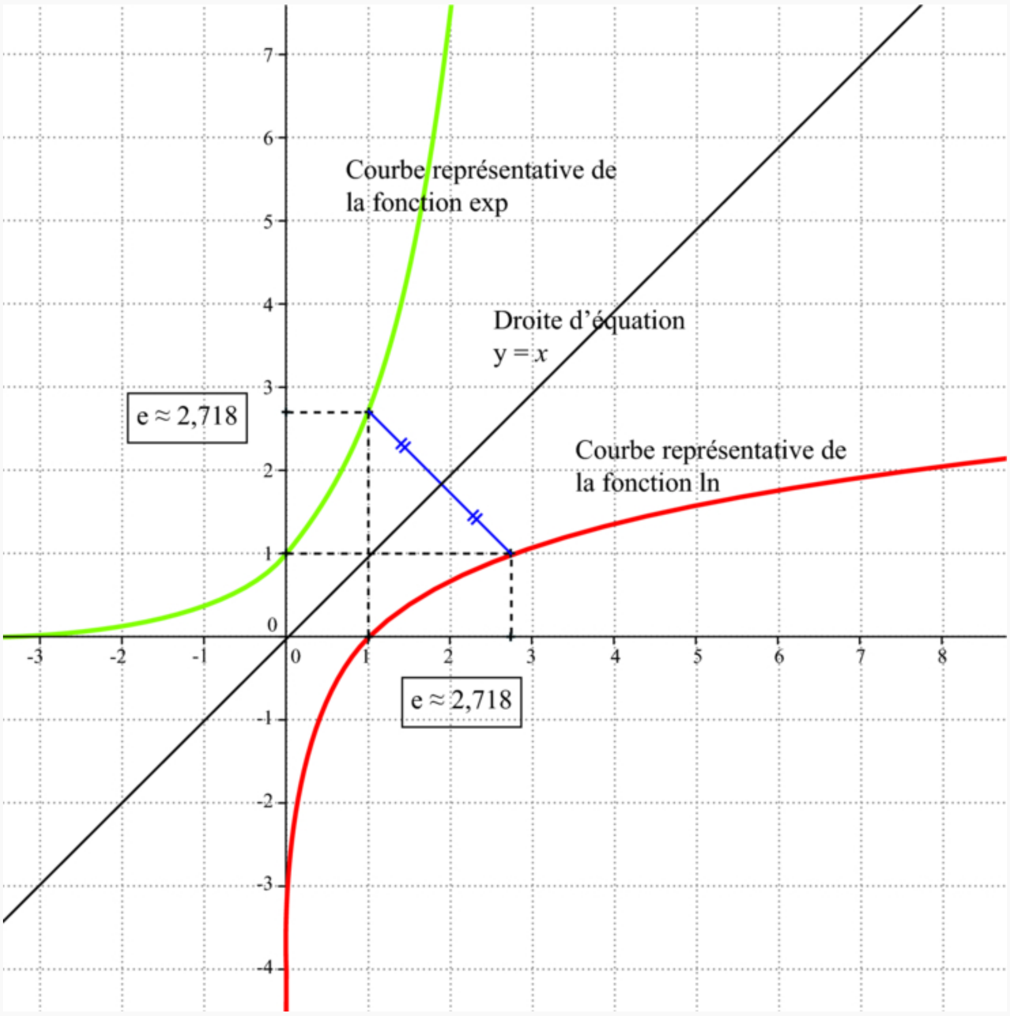
### Propriété :

On considère un nombre réel x strictement positif.

La fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = lnx$ est telle que :

- f est continue et dérivable sur $]0;+\infty[$;
- f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et $f'(x) = \frac{1}{x}$;
- f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
- $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} \frac{lnx}{x} = 0$

- $\lim_{x \to 0^+} x ln x = 0$
- $\lim_{h \to 0^+} \frac{ln(1+h)}{h} = 0$



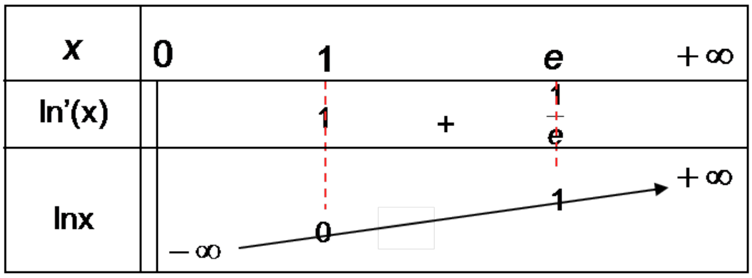

**Propriétés : conséquences.**

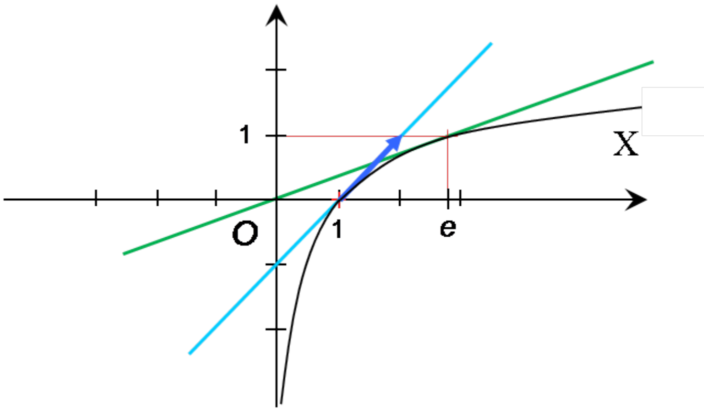
On considère a et b deux réels strictement positifs.$ln a = ln b \Leftrightarrow\ a = b$;

$a < b \Leftrightarrow\ ln a < ln b$

$ln a > 0 \Leftrightarrow\ a > 1$

$ln a < 0 \Leftrightarrow\ 0 < a < 1$




## III. Carte mentale sur le logarithme népérien