Cours de maths en terminale

Fonction logarithme népérien

Dans Logarithme, nous avons déjà vu et discuté que la valeur logarithmique d'un nombre positif dépend non seulement du nombre mais aussi de la base ; un nombre positif donné aura différentes valeurs logarithmiques pour différentes bases.

Dans la pratique, cependant, les deux types de logarithmes suivants sont utilisés :

- Logarithme naturel ou népérien
- Logarithme commun

Le logarithme d'un nombre en base e est connu sous le nom de logarithme népérien ou naturel, d'après le nom de John Napier.

Le logarithme népérien est utilisé dans une variété d'applications mathématiques, notamment le calcul, la théorie des probabilités et les statistiques.

Egalement appelé logarithme naturel, c'est une fonction logarithmique de base e, où e est une constante mathématique approximativement égale à 2,71828.

Le logarithme naturel est utilisé dans de nombreux modèles statistiques et probabilistes, tels que la distribution normale et la distribution logarithmique.

I. La fonction logarithme

Définition :

Soit a un nombre réel strictement positif. La **logarithme naturel** est l'unique solution de l'équation $e^x = a$,

Le logarithme de a est noté ln(a) ou ln a.

La fonction logarithme naturel, notée ln, est la fonction f est définie par f(x)=ln x sur $]0;+\infty[$.

Propriétés :

Pour tout réel a>0 et tout nombre réel b, nous avons $lna = b \Leftrightarrow a = e^b$.$ln1 = 0$ car $e^0 = 1$

$lne = 1$ car $e^1 = e$

Exemple :

Résoudre l'équation $e^{2x+3} = 4$.

$2x + 3 = ln4$
$2x = ln4 - 3$
$x = \dfrac{ln4 - 3}{2}$
Propriétés :

Pour tout x>0, $e^{lnx} = x$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $ln(e^x) = x$.

Exemples :

$e^{ln7} = 7$ et $lne^2 = 2$.

II. Les courbes des fonctions exp et ln

Propriété :

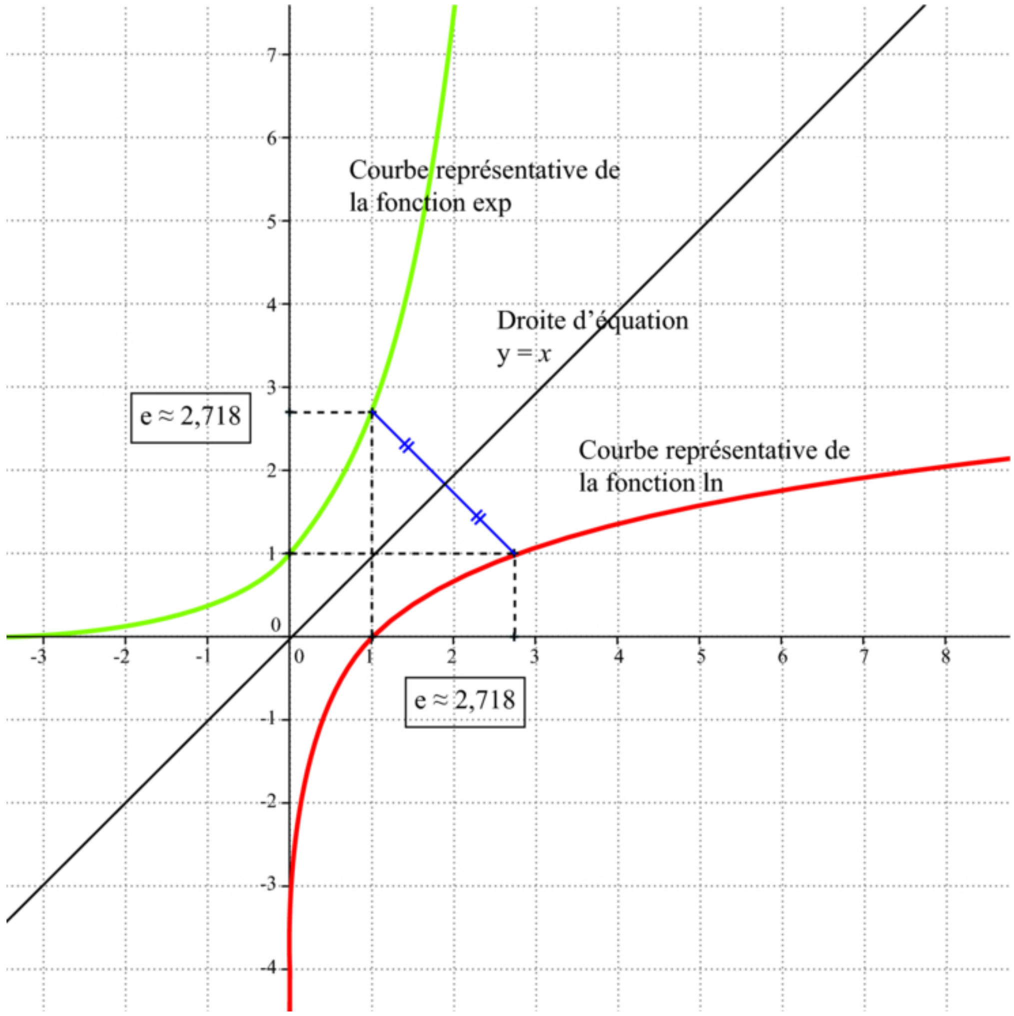
Dans un repère orthonormé du plan, les courbes de la fonctions exp définie par f(x)=e^x sur $\mathbb{R}$ et de la fonction logarithme népérien ln définie par $g(x) = lnx$ sur $]0; +\infty[$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation y=x.

Propriété :

On considère un nombre réel x strictement positif.

La fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=lnx$ est telle que :

- f est continue et dérivable sur $]0;+\infty[$;
- f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et $f'(x)=\frac{1}{x}$;
- f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{lnx}{x}=0$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} xlnx=0$
- $\lim\limits_{h\to 0^+} \frac{ln(1+h)}{h}=0$



Propriétés : conséquences.

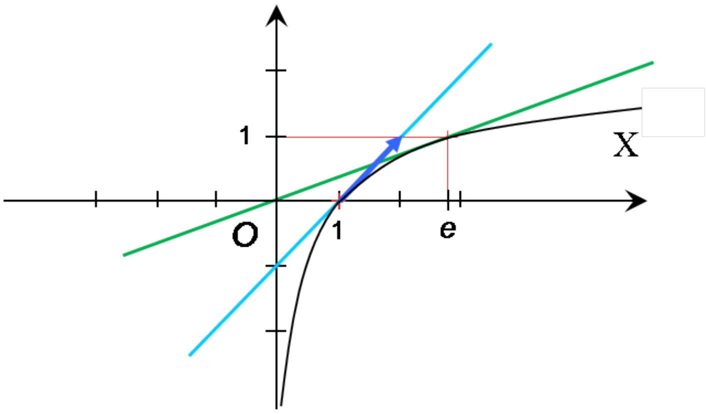
On considère a et b deux réels strictement positifs.$lna = lnb \Leftrightarrow\ a = b$;

$a < b \Leftrightarrow\ lna < lnb$

$lna > 0 \Leftrightarrow\ a > 1$

$lna < 0 \Leftrightarrow\ 0 < a < 1$

x	0	1		e	$+\infty$
$\ln'(x)$	‖	1	$+$	$\frac{1}{e}$	
$\ln x$	‖ $-\infty$	0	↗	1	$+\infty$



III. Carte mentale sur le logarithme népérien