

Fonction valeur absolue et comparaisons

Ce qu'évalue le contrôle : fonction valeur absolue et comparaisons

L'essentiel du sujet

- Niveau **seconde**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Fonctions carré, inverse et valeur absolue (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Tracer et lire la courbe en V de la fonction valeur absolue
- Dresser le tableau de variations de la fonction valeur absolue
- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation du type $|x| = a$ ou $|x| < a$
- Comparer x , x^2 et $1/x$ selon la position de x par rapport à 1
- Choisir entre deux modèles de fonctions pour répondre à un problème concret

Avant de commencer

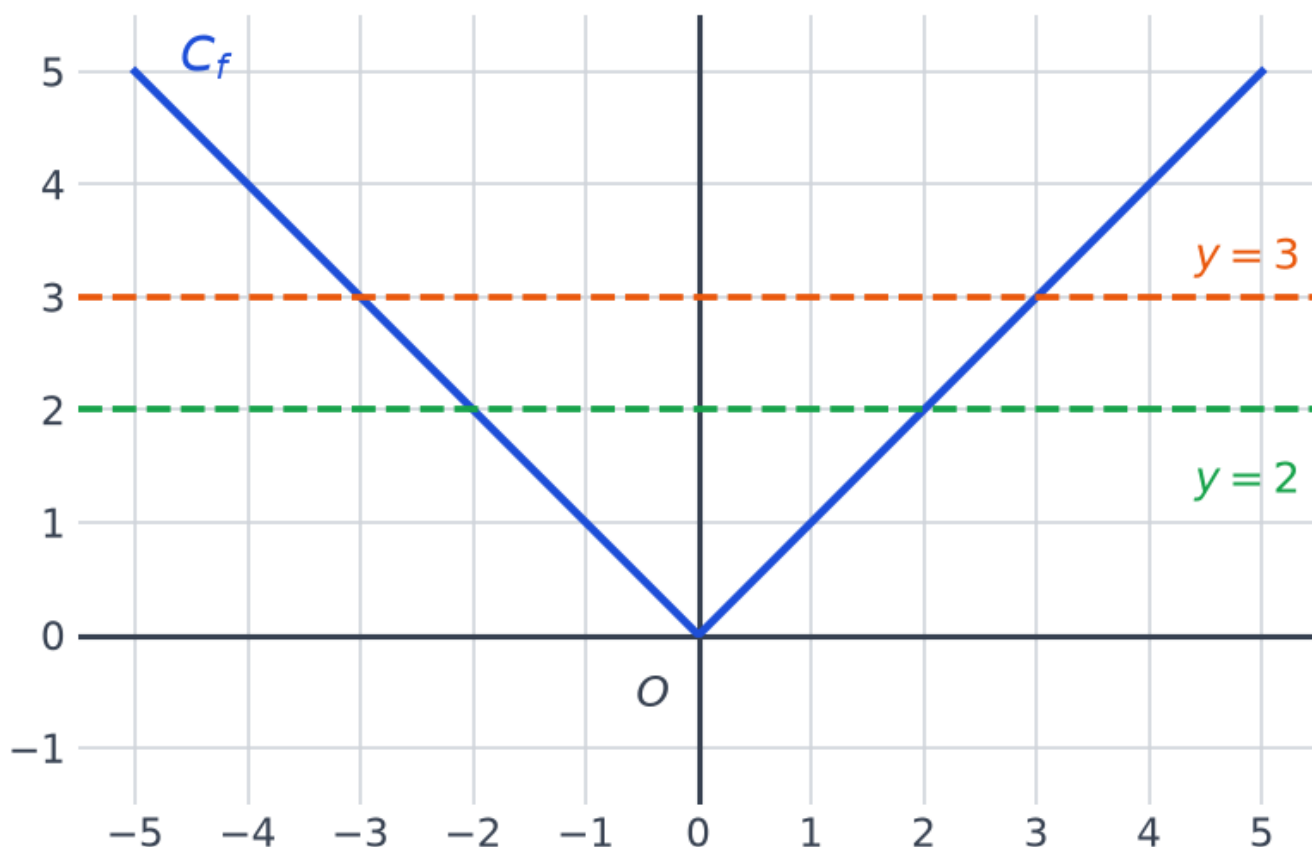
Pour chaque lecture graphique, trace la **droite horizontale** correspondante, puis repère les abscisses des points d'intersection. Écris ensuite la solution avec des crochets bien orientés : un point exclu donne un crochet ouvert. Pour comparer x , x^2 et $\frac{1}{x}$, regarde d'abord

si x est **plus petit ou plus grand que 1**. Enfin, vérifie chaque réponse avec une valeur simple.

Le sujet du contrôle : fonction valeur absolue et comparaisons

Exercice 1 - La courbe en V (4 points)

On note f la fonction valeur absolue, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$. Sa courbe C_f est tracée ci-dessous, avec les droites d'équations $y = 3$ et $y = 2$.



1. Rappelle d'abord la définition de $|x|$ selon le signe de x , puis calcule $|-4|$, $|2,5|$ et $|0|$. (1 point)
2. Dresse ensuite le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$, en précisant son minimum. (1 point)

3. Résous graphiquement l'équation $|x| = 3$. (1 point)
4. Résous enfin graphiquement l'inéquation $|x| < 2$. Donne la réponse sous forme d'intervalle. (1 point)

Exercice 2 - Équations avec la valeur absolue (4 points)

Dans cet exercice, f désigne toujours la fonction valeur absolue. Cette fois, on n'utilise plus la courbe : chaque réponse doit donc être justifiée.

1. Montre que, pour tout réel x , $f(-x) = f(x)$. Quelle symétrie de la courbe peut-on alors en déduire ? (1 point)
2. Résous l'équation $|x| = 7$, puis l'équation $|x| = -1$. (1 point)
3. Résous aussi l'inéquation $|x| \geq 4$ et écris l'ensemble des solutions. (1 point)
4. Sans calculer les images, compare $f(-6)$ et $f(-2)$ grâce au sens de variation de f . (1 point)

Exercice 3 - Trois courbes dans un même repère (4 points)

Dans le repère ci-dessous, on a tracé sur $]0;3]$ les courbes des fonctions définies par $g(x) = x$, $h(x) = x^2$ et $k(x) = \frac{1}{x}$. Cependant, elles sont seulement nommées C_1 , C_2 et C_3 .



1. Associe chaque courbe à sa fonction, et justifie ton choix. (1 point)
2. Les trois courbes ont un point commun. Lis ses coordonnées, puis vérifie-les par le calcul. (1 point)
3. Par lecture graphique, range x , x^2 et $\frac{1}{x}$ dans l'ordre croissant lorsque $0 < x < 1$. (1 point)

4. Range-les de même lorsque $x > 1$. (1 point)

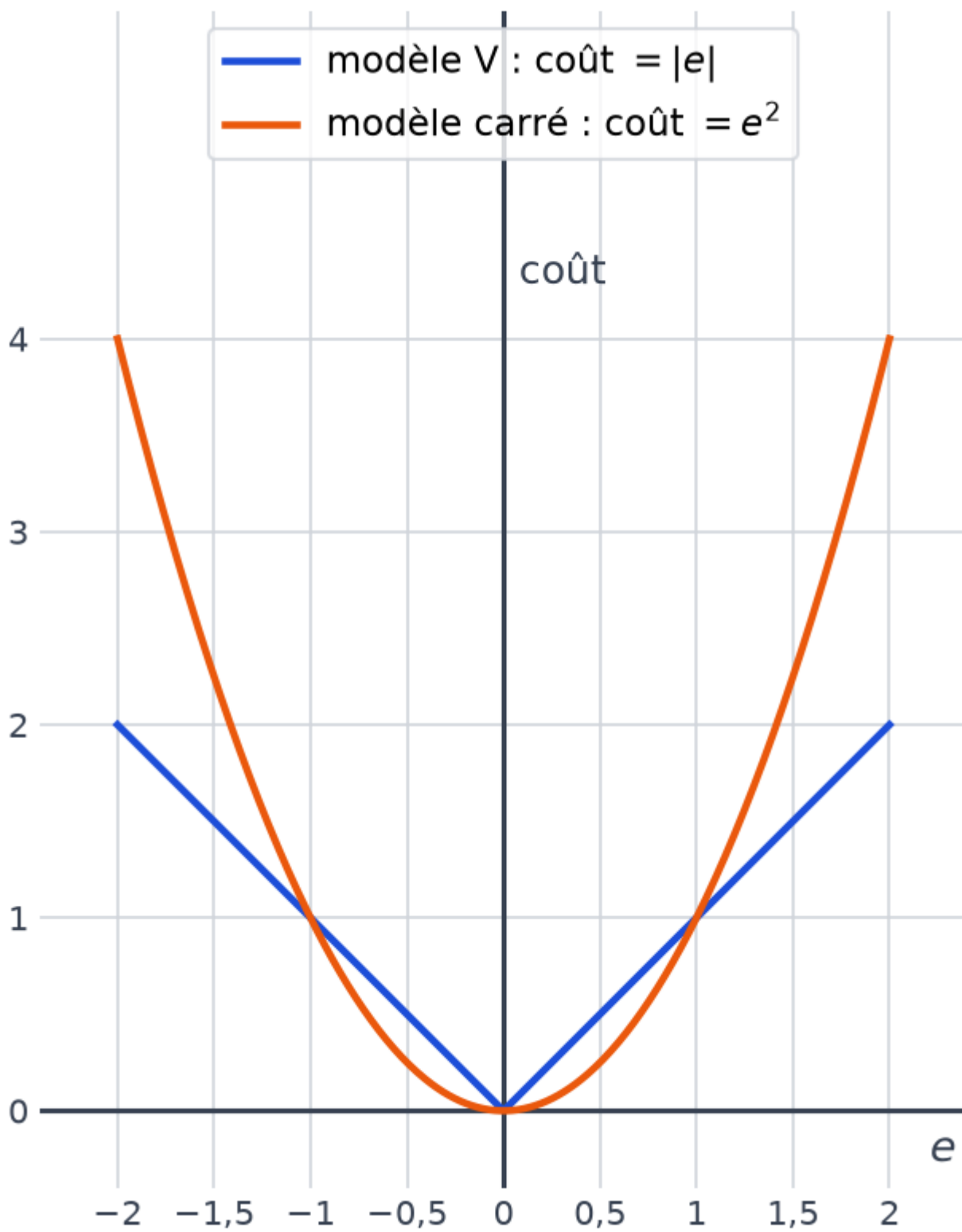
Exercice 4 - Comparer sans calculatrice (4 points)

Cet exercice confirme par le calcul les observations de l'exercice 3.

1. Pour $x = 0,4$, calcule x^2 et $\frac{1}{x}$, puis range les trois nombres x , x^2 et $\frac{1}{x}$. (1 point)
2. Reprends la même question pour $x = 5$. (1 point)
3. Démontre que, pour tout réel $x > 1$, on a $x^2 > x$. Tu pourras factoriser $x^2 - x$. (1 point)
4. Sans aucun calcul, compare d'une part $0,93^2$ et $0,93$, et d'autre part $\frac{1}{1,7}$ et $1,7$. (1 point)

Exercice 5 - Deux modèles de pénalité (4 points)

Dans un atelier, une machine découpe des pièces qui doivent mesurer 80 mm. L'erreur e , en millimètres, est l'écart entre la longueur obtenue et 80 mm ; elle peut donc être positive ou négative. Pour noter la machine, la responsable qualité hésite entre deux modèles : le modèle V, où le coût d'une pièce vaut $|e|$, et le modèle carré, où il vaut e^2 .



1. Calcule le coût d'une pièce avec une erreur $e = -0,5$ dans chacun des deux modèles. (0,5 point)
2. Fais de même pour une erreur $e = 2$. (0,5 point)
3. Lors d'un essai, quatre pièces ont les erreurs $-0,5$; $0,2$; $-1,5$ et 2 . Calcule alors le coût total de l'essai dans chaque modèle. (1 point)

4. En remarquant que $e^2 = |e|^2$, explique grâce à l'exercice 4 dans quel cas le modèle carré donne un coût plus petit que le modèle V. (1 point)
5. L'atelier accepte les petits écarts, mais il veut sanctionner fortement les gros. Quel modèle doit-il donc choisir ? Justifie. (1 point)



Réviser fonction valeur absolue et comparaisons avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon fonction carrée, cube, racine carrée et inverse ; entraîne-toi sur la fiche fonction carrée et polynôme et fonction inverse avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en seconde** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Fonction carré et fonction inverse : contrôle de maths en seconde
- Fonctions affines et choix de tarifs : contrôle de maths en seconde
- Somme de vecteurs et règle de Chasles : contrôle de maths en seconde