

Fonctions cosinus et sinus

Ce qu'évalue le contrôle : fonctions cosinus et sinus

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Trigonométrie (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Reconnaître les courbes des fonctions cosinus et sinus et y lire des valeurs remarquables
- Démontrer la parité ou la périodicité d'une fonction construite à partir de cosinus et sinus
- Résoudre des équations du type $\cos x = a$ ou $\sin x = a$ sur un intervalle à l'aide du cercle trigonométrique
- Encadrer une fonction de la forme $a \cos x + b$ et déterminer ses extremums
- Exploiter une fonction trigonométrique qui modélise un mouvement périodique concret

Avant de commencer

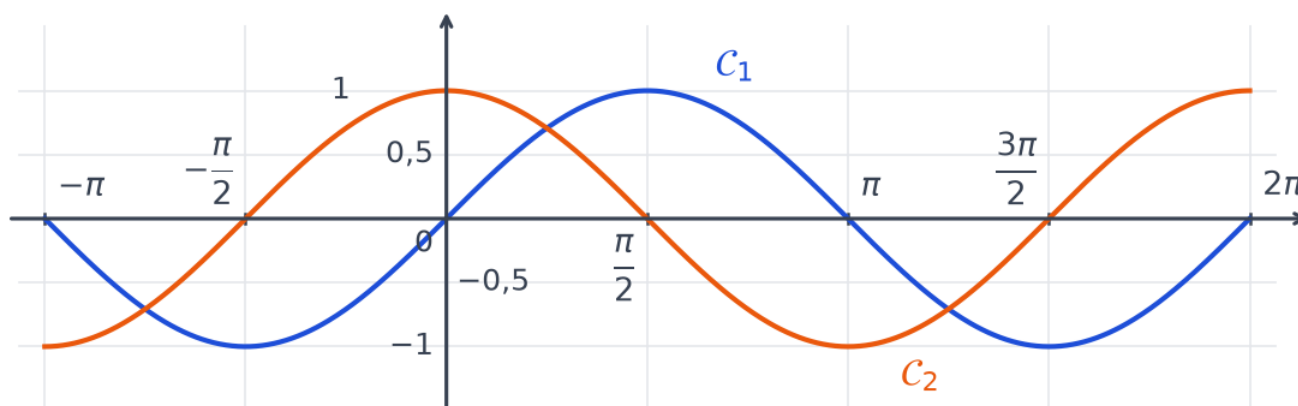
Avant toute équation, **trace un cercle trigonométrique** au brouillon : la droite horizontale ou verticale montre aussitôt le nombre de solutions. Écris ensuite chaque solution dans l'**intervalle demandé**, car une mesure juste hors de l'intervalle ne rapporte rien. Pour la parité, calcule $f(-x)$ en entier, puis compare-le à $f(x)$. Enfin, dans le problème, **vérifie l'unité** du

temps avant de conclure.

Le sujet du contrôle : fonctions cosinus et sinus

Exercice 1 - Deux courbes à reconnaître (4 points)

Dans un repère orthonormé, on a tracé sur l'intervalle $[-\pi; 2\pi]$ les courbes C_1 et C_2 des fonctions cosinus et sinus, mais sans préciser laquelle est laquelle.



1. Quelle courbe représente d'abord la fonction cosinus ? Justifie ta réponse à l'aide d'une valeur remarquable. (1 point)
2. Donne la période commune de ces deux fonctions, puis explique comment elle se voit sur le graphique. (1 point)
3. Décris ensuite la symétrie de chaque courbe et déduis-en la parité de chaque fonction. (1 point)
4. Combien l'équation $\cos x = \frac{1}{2}$ a-t-elle de solutions sur $[-\pi; 2\pi]$? Donne alors leurs valeurs exactes. (1 point)

Exercice 2 - Parité et périodicité (4 points)

Les fonctions suivantes sont définies sur $\mathbb{R}$, donc sur un ensemble symétrique par rapport à 0.

1. Démontre que la fonction f définie par $f(x) = x^2 \cos x$ est paire. (1 point)
2. Prouve de même que $g(x) = \sin x + x$ définit une fonction impaire. (1 point)
3. Montre ensuite que la fonction $h(x) = \cos(2x)$ est périodique de période π . (1 point)
4. La fonction $k(x) = \sin x + \cos x$ est-elle paire ? Est-elle impaire ? Justifie, par exemple à l'aide de valeurs bien choisies. (1 point)

Exercice 3 - Équations sur le cercle trigonométrique (5 points)

Résous les équations suivantes dans l'intervalle indiqué, en t'aidant d'un cercle trigonométrique. Donne ensuite les solutions en valeurs exactes.

1. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $] -\pi; \pi]$. (1 point)
2. $\sin x = -\frac{1}{2}$ sur $[0; 2\pi[$. (1,5 point)
3. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $[0; 2\pi[$. (1 point)
4. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ sur $[-\pi; \pi]$. (1,5 point)

Exercice 4 - Une fonction cosinus transformée (3 points)

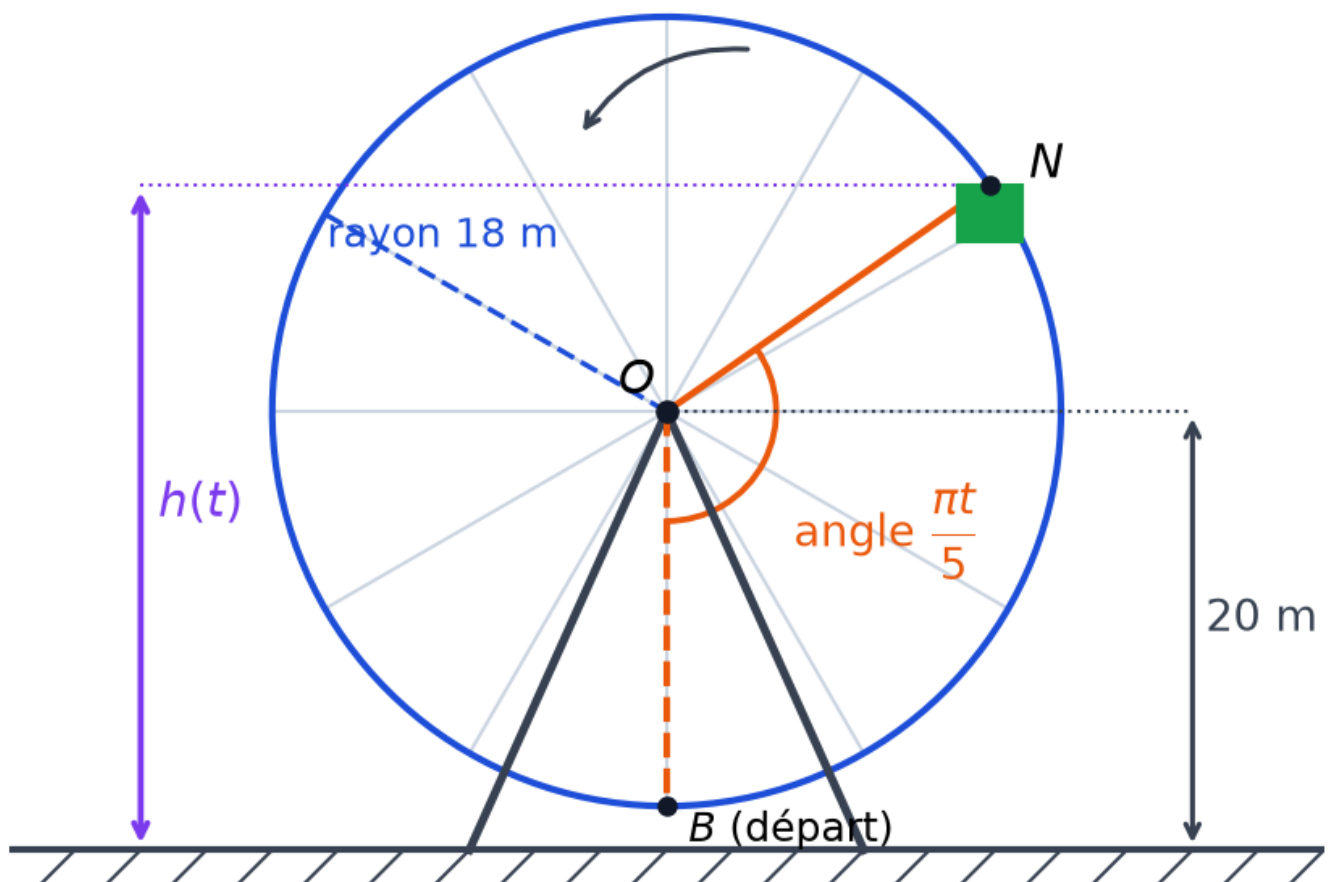
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\cos x + 1$.

1. Justifie tout d'abord que f est paire et périodique de période 2π . (1 point)
2. Encadre $f(x)$ pour tout réel x , puis donne le maximum et le minimum de f ainsi qu'une valeur où chacun est atteint. (1 point)
3. Résous enfin l'équation $f(x) = 2,5$ sur $[0; 2\pi[$. (1 point)

Exercice 5 - La nacelle de la grande roue (4 points)

Dans une fête foraine, une grande roue de rayon 18 m tourne à vitesse constante autour d'un axe O situé à 20 m du sol. Elle effectue d'ailleurs un tour complet en 10 minutes. Au départ, puis toutes les 10 minutes, la nacelle de Lilou est au point le plus bas B . On admet qu'après t minutes, avec t dans $[0; 10]$, la hauteur de la nacelle, en mètres, vaut :

$$h(t) = 20 - 18\cos\left(\frac{\pi t}{5}\right).$$



1. Calcule d'abord $h(0)$, $h(2,5)$ et $h(5)$, puis interprète ces trois résultats. (1 point)
2. Vérifie que $h(t+10) = h(t)$ pour tout réel t , et explique ce que cela signifie pour la nacelle. (1 point)
3. Lilou veut photographier le paysage quand sa nacelle est à 29 m du sol. Détermine les instants où c'est le cas, en minutes et secondes. (1,5 point)
4. Pendant combien de temps, finalement, au cours d'un tour, la nacelle est-elle au-dessus de 29 m ? (0,5 point)



Réviser fonctions cosinus et sinus avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon fonctions trigonométriques ; entraîne-toi sur la fiche angles orientés et trigonométrie avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Cercle trigonométrique et radians : contrôle de maths en première
- Trigonométrie et produit scalaire : contrôle de maths en première
- Exponentielle et modèles d'évolution : contrôle de maths en première