



Fonctions cosinus et sinus

Les fonctions cosinus (cos) et sinus (sin) sont deux des fonctions les plus importantes en mathématiques, notamment en trigonométrie.

Elles sont toutes deux utilisées pour modéliser divers phénomènes périodiques en mathématiques et en physique, tels que les ondes, les vibrations et les oscillations. Elles sont également utilisées dans de nombreuses applications, notamment en ingénierie, en traitement du signal et en traitement de l'image.

I. Définitions et rappels

On considère un repère orthonormé direct du plan.

Le point M image d'un réel x sur le cercle trigonométrique de centre O, a pour coordonnées $(\cos x; \sin x)$ où $\cos x$ est le cosinus de x et $\sin x$ est le sinus de x .

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Définition :

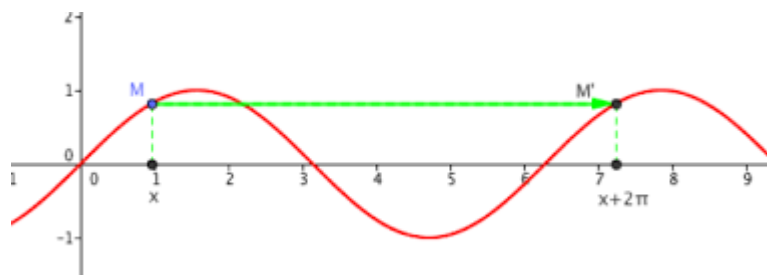
La fonction **cosinus**, notée **cos**, est la fonction définie sur \mathbb{R} par $\cos : x \mapsto \cos x$
;La fonction **sinus**, notée **sin**, est la fonction définie sur \mathbb{R} par $\sin : x \mapsto \sin x$.

II. Propriétés des fonctions sinus et cosinus

Définition : fonction périodique.

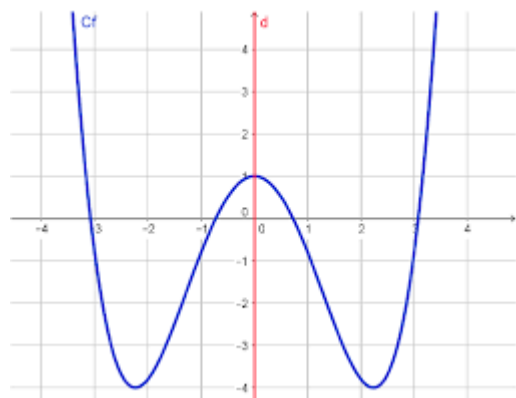
Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} et un nombre réel T .

La fonction f est **périodique de période T ou T -périodique** si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x + T) = f(x)$.

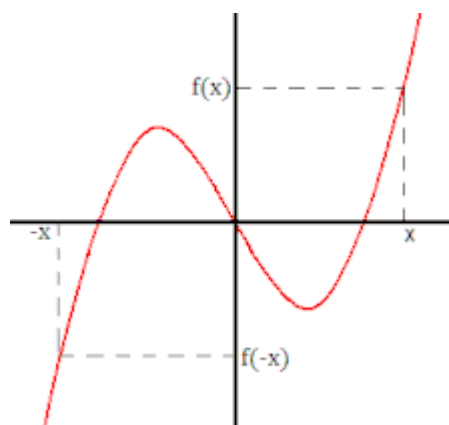


Définition : fonction paire ou impaire.

Soit f une fonction définie sur un ensemble D_f symétrique par rapport à zéro. Une **fonction f est paire** si pour tout $x \in D_f$, $f(-x) = f(x)$.



Une **fonction f est impaire** si pour tout $x \in D_f$, $f(-x) = -f(x)$.



Propriété :

Les fonctions cos et sin sont 2π -périodiques.

La fonction cos est paire et la fonction sin est impaire.

III. Dérivabilités et variations de ces fonctions

Propriété : dérivées des fonctions cos et sin.

Les fonctions cos et sin sont dérivables et continues sur \mathbb{R} .

- $(\cos)' = -\sin$
- $(\sin)' = \cos$

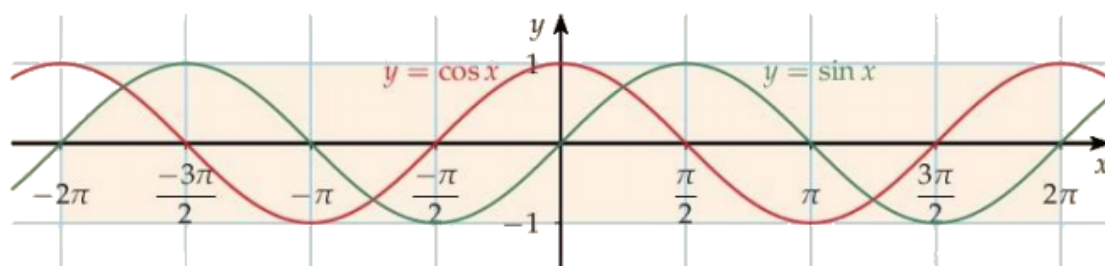
Propriété :

- Les variations des fonctions cos et sin sur $[0 ; \pi]$ sont données par les tableaux ci-contre.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
cos	1	0	-1

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
sin	0	1	0

- Les courbes représentatives de cos et sin sont appelées des **sinusoïdes**.



Propriété :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

