Cours terminale

Fonctions cosinus et sinus

I.Définitions et rappels

On considère un repère orthonormé direct du plan.

Le point M image d'un réel x sur le cercle trigonométrique de centre O , a pour coordonnées (cos x; sin x) où cos x est le cosinus de x et sin x est le sinus de x.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Définition :

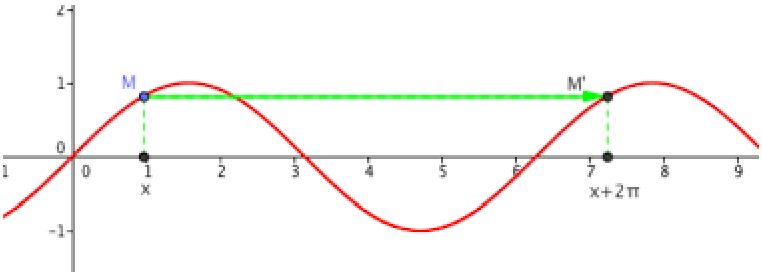
La fonction **cosinus**, notée **cos**, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $cos : x \mapsto cosx$;La fonction **sinus**, notée **sin**, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $sin : x \mapsto sinx$.

II.Propriétés des fonctions sinus et cosinus

Définition : fonction périodique.

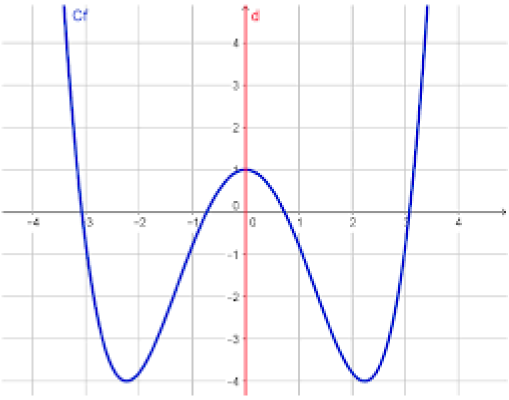
Soit f une fonction définie sur R et un nombre réel T.

La fonction f est **périodique de période T ou T-périodique** si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x+T) = f(x)$.

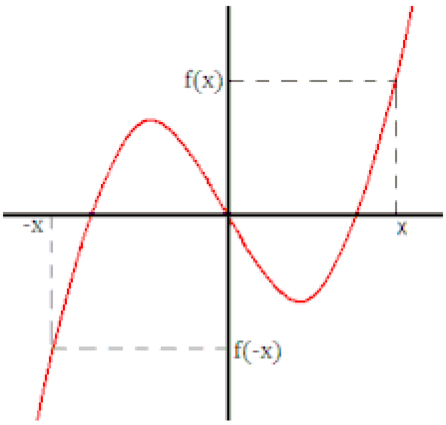


Définition : fonction paire ou impaire.

Soit f une fonction définie sur un ensemble D_f symétrique par rapport à zéro.Une **fonction f est paire** si pour tout $x \in, D_f$, $f(-x) = f(x)$.



Une **fonction f est impaire** si pour tout $x \in\ D_f$, $f(-x) = -f(x)$.



Propriété :

Les fonctions cos et sin sont 2π-périodiques.

La fonction cos est paire et la fonction sin est impaire.

III.Dérivabilités et variations de ces fonctions

Propriété : dérivées des fonctions cos et sin.

Les fonctions cos et sin sont dérivables et continues sur R.

- $(cos)' = -sin$
- $(sin)' = cos$

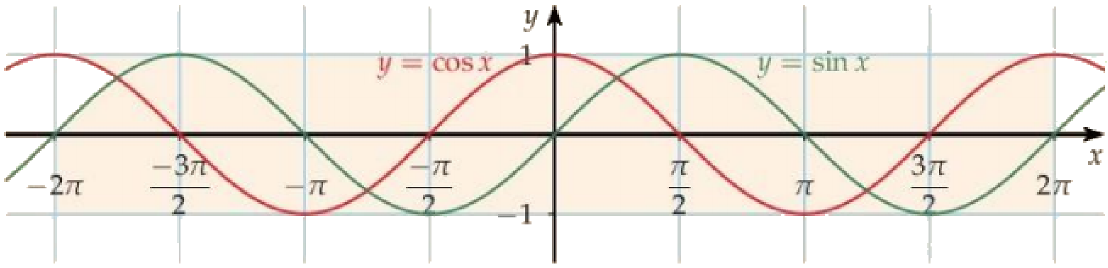
Propriété :

- Les variations des fonctions cos et sin sur $[0\,;\,\pi]$ sont données par les tableaux ci-contre.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
cos	1	↘	0	↘	-1

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
sin	0	↗	1	↘	0

- Les courbes représentatives de cos et sin sont appelées des **sinusoïdes**.



Propriété :

$$\lim_{xarrow\,0} \frac{cox-1}{x} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{xarrow\,0} \frac{sinx}{x} = 0.$$