Fractions

I. Les fractions : définition et vocabulaire.

1.L'écriture fractionnaire :

Définition :

a et b désignent deux nombres relatifs avec $b \neq 0$.La notation $\frac{a}{b}$ est une **écriture fractionnaire** du quotient de a par b.

Le nombre a est appelé le **numérateur** et b le **dénominateur**.

Si a et b sont deux nombres entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

Si b est 1,10,100,1000,...., alors on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction **décimale**.

Exemples :

$\frac{7}{9}$ est une fraction car 7 et 9 sont des nombres entiers.

$\frac{3,6}{2}$ est une écriture fractionnaire car 3,6 est un nombre décimal.

$\frac{13}{1\,000}$ est une fraction décimale car son dénominateur est une puissance de 10.

2. Les égalités d'écriture fractionnaires :

Propriété :

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

On ne modifie pas un nombre en écriture fractionnaire lorsque l'on multiplie ou lorsque l'on divise son numérateur et son dénominateur par un nombre non nul.

On considère trois nombres relatifs a,b et k avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$,

nous avons : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$.

Exemples :

Cette propriétés va nous permettre d'effectuer de nombreuses choses.

Donner l'écriture d'une fraction avec un autre dénominateur :

$$\frac{7}{3} = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} = \frac{28}{12}$$

Simplifier une fraction et/ou la rendre irréductible :

$$\frac{36}{24} = \frac{36 \div 2}{24 \div 2} = \frac{18}{12} = \frac{18 \div 3}{12 \div 3} = \frac{6}{4} = \frac{6 \div, 2}{4 \div 2} = \frac{3}{2}$$ (**fraction irréductible**)

Remarque :

$\frac{3}{2}$ est une fraction irréductible car le seul diviseur en commun à 3 et 2 est 1.

Transformer une écriture fractionnaire en une fraction :

$$\frac{7,3}{5,64} = \frac{7,3 \times 100}{5,64 \times 100} = \frac{730}{564}$$

Réduire deux fractions au même dénominateur :

Considérons les fractions $\frac{4}{3}$ et $\frac{2}{7}$.

Un dénominateur en commun de ces deux fractions est 21.

$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} = \frac{28}{21}$ et $\frac{2}{7} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{21}$.

II. Comparaison de deux fractions :

1.Cas où les fractions ont le même dénominateur :

Propriété :

Si deux fractions ont le même dénominateur alors la plus grande est celle qui possède le **plus grand numérateur**.

Si $a > b$ alors $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$).

Exemple :

$\frac{4}{7} < \frac{11}{7}$ car 4<11.

2.Cas où les fractions ont le même numérateur :

Propriété :

Si deux fractions ont le même numérateur alors la plus grande est celle qui possède **le plus petit dénominateur**.

Si $a > b$ alors $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ (avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$).

Exemple :

$\frac{11}{7} < \frac{11}{3}$ car 7>3.

3.Comparer une fraction par rapport à 1 :

Propriété :

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

Si une fraction possède un dénominateur plus grand que le numérateur alors elle est inférieure à 1.

Si $0 < a < b$ alors $\frac{a}{b} < 1$.

Exemple :

$\frac{5}{13} < 1$ car 5<13.

III. Addition et soustraction:

1.Cas où les dénominateurs sont égaux :

Règle 1 :

Pour **additionner (ou soustraire) deux fractions** ayant le même **dénominateur**, on **additionne (ou on soustrait) leurs numérateurs** et on **conserve le dénominateur en commun**.

On désigne par a, b et c trois nombres relatifs tel que $c \neq 0$.

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

Exemples :

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{2+4}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{5} + 1 = \frac{3}{5} + \frac{5}{5} = \frac{3+5}{5} = \frac{8}{5}$$

2.Cas où les dénominateurs sont différents :

Règle 2 :

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut :

1. réduire ces deux fraction au même dénominateur;
2. appliquer la règle 2.

On désigne par a, b, c et d quatre nombres relatifs tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

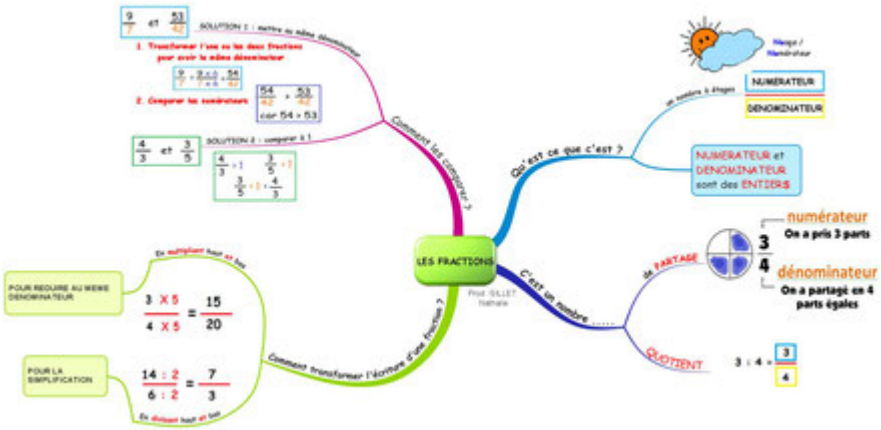
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{4} = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{28}{12} + \frac{15}{12} = \frac{28 + 15}{12} = \frac{43}{12}.$$

$$\frac{4}{3} - \frac{2}{5} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} - \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{20}{15} - \frac{6}{15} = \frac{20 - 6}{15} = \frac{14}{15}$$

Iv. Carte mentale sur les fractions :



Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.