



Fractions

I. Les fractions : définition et vocabulaire.

1. L'écriture fractionnaire :

Définition :

a et b désignent deux nombres relatifs avec $b \neq 0$. La notation $\frac{a}{b}$ est une **écriture fractionnaire** du quotient de a par b.

Le nombre a est appelé le **numérateur** et b le **dénominateur**.

Si a et b sont deux nombres entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

Si b est 1, 10, 100, 1000, ..., alors on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction **décimale**.

Exemples :

$\frac{7}{9}$ est une fraction car 7 et 9 sont des nombres entiers.

$\frac{3,6}{2}$ est une écriture fractionnaire car 3,6 est un nombre décimal.

$\frac{13}{1000}$ est une fraction décimale car son dénominateur est une puissance de 10.

2. Les égalités d'écriture fractionnaires :

Propriété :

On ne modifie pas un nombre en écriture fractionnaire lorsque l'on multiplie ou lorsque l'on divise son numérateur et son dénominateur par un nombre non nul.

On considère trois nombres relatifs a, b et k avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$,

$$\text{nous avons : } \frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}.$$

Exemples :

Cette propriété va nous permettre d'effectuer de nombreuses choses.

Donner l'écriture d'une fraction avec un autre dénominateur :

$$\frac{7}{3} = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} = \frac{28}{12}$$

Simplifier une fraction et/ou la rendre irréductible :

$$\frac{36}{24} = \frac{36 \div 2}{24 \div 2} = \frac{18}{12} = \frac{18 \div 3}{12 \div 3} = \frac{6}{4} = \frac{6 \div 2}{4 \div 2} = \frac{3}{2} \text{ (fraction irréductible)}$$

Remarque :

$\frac{3}{2}$ est une fraction irréductible car le seul diviseur en commun à 3 et 2 est 1.

Transformer une écriture fractionnaire en une fraction :

$$\frac{7,3}{5,64} = \frac{7,3 \times 100}{5,64 \times 100} = \frac{730}{564}$$

Réduire deux fractions au même dénominateur :

Considérons les fractions $\frac{4}{3}$ et $\frac{2}{7}$.

Un dénominateur en commun de ces deux fractions est 21.

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} = \frac{28}{21} \text{ et } \frac{2}{7} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{21}.$$

II. Comparaison de deux fractions :

1. Cas où les fractions ont le même dénominateur :

Propriété :

Si deux fractions ont le même dénominateur alors la plus grande est celle qui possède le **plus grand numérateur**.

Si $a > b$ alors $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$).

Exemple :

$$\frac{4}{7} < \frac{11}{7} \text{ car } 4 < 11.$$

2.Cas où les fractions ont le même numérateur :

Propriété :

Si deux fractions ont le même numérateur alors la plus grande est celle qui possède le **plus petit dénominateur**.

Si $a > b$ alors $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ (avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$).

Exemple :

$$\frac{11}{7} < \frac{11}{3} \text{ car } 7 > 3.$$

3.Comparer une fraction par rapport à 1 :

Propriété :

Si une fraction possède un dénominateur plus grand que le numérateur alors elle est inférieure à 1.

Si $0 < a < b$ alors $\frac{a}{b} < 1$.

Exemple :

$$\frac{5}{13} < 1 \text{ car } 5 < 13.$$

III. Addition et soustraction:

1.Cas où les dénominateurs sont égaux :

Règle 1 :

Pour **additionner (ou soustraire) deux fractions** ayant le même **dénominateur**, on **additionne (ou on soustrait) leurs numérateurs** et on **conserve le dénominateur en commun**.

On désigne par a, b et c trois nombres relatifs tel que $c \neq 0$.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \text{ et } \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Exemples :

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{2+4}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{5} + 1 = \frac{3}{5} + \frac{5}{5} = \frac{3+5}{5} = \frac{8}{5}$$

2.Cas où les dénominateurs sont différents :

Règle 2 :

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut :

1. réduire ces deux fraction au même dénominateur;
2. appliquer la règle 2.

On désigne par a, b, c et d quatre nombres relatifs tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{4} = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{28}{12} + \frac{15}{12} = \frac{28 + 15}{12} = \frac{43}{12}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{2}{5} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} - \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{20}{15} - \frac{6}{15} = \frac{20 - 6}{15} = \frac{14}{15}$$

Iv. Carte mentale sur les fractions :

