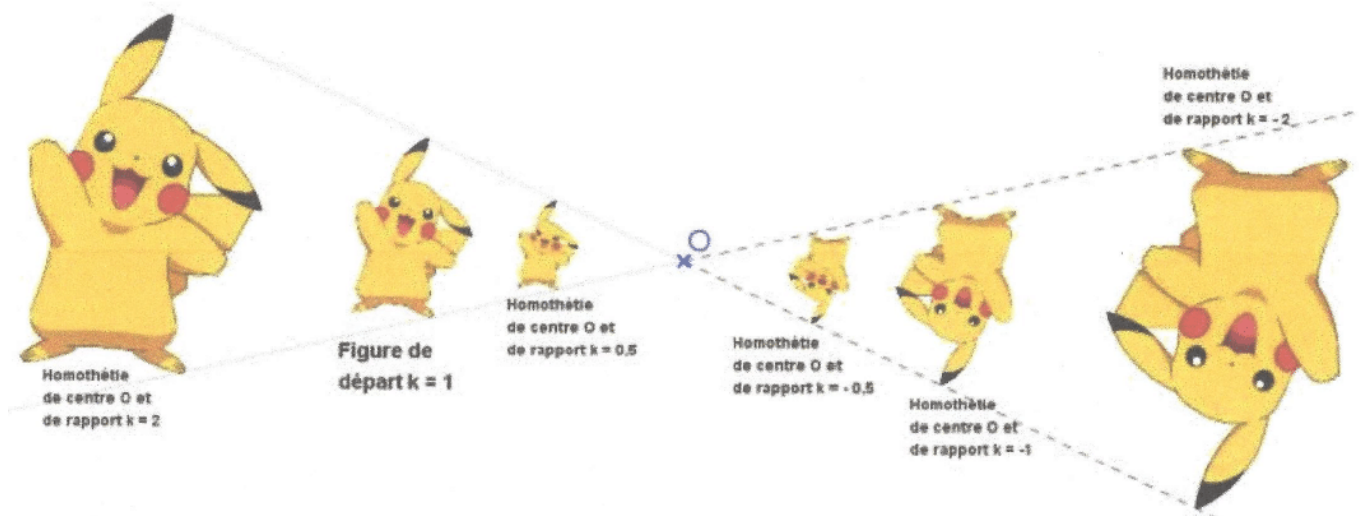


Homothéties

I. L'homothétie :

Définition :

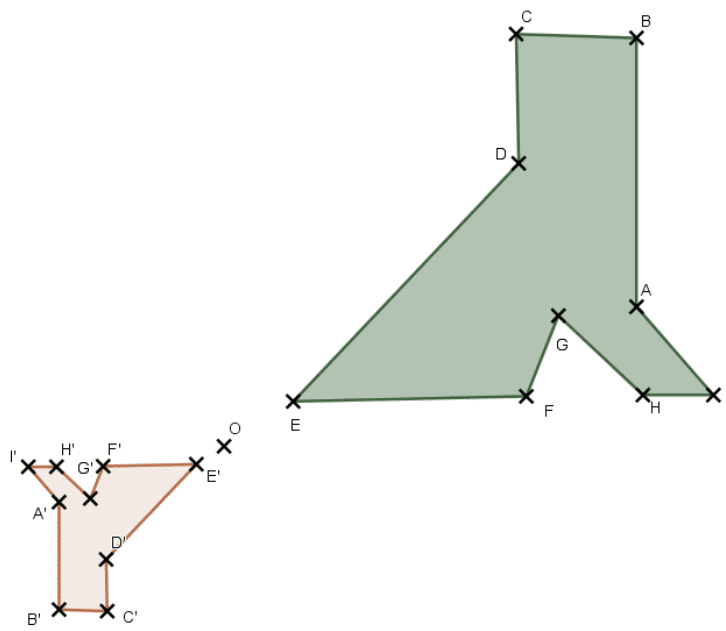
Transformer une figure par une **homothétie de centre O**, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser les points le long des droites passant par O.



Définition :

L'image d'un point M par l'homothétie de centre O et de rapport $k > 0$ est le point M' tel que :

- M' appartient à la demi-droite [OM);
- $OM' = k \times OM$.



Propriété :

Une homothétie conserve :

- l'alignement;
- la mesure des angles
- le parallélisme.

Si $k > 0$, alors l'homothétie multiplie :

- les longueurs par k ;
- les aires par k^2 .

L'homothétie transforme une droite en une autre droite qui lui est parallèles.

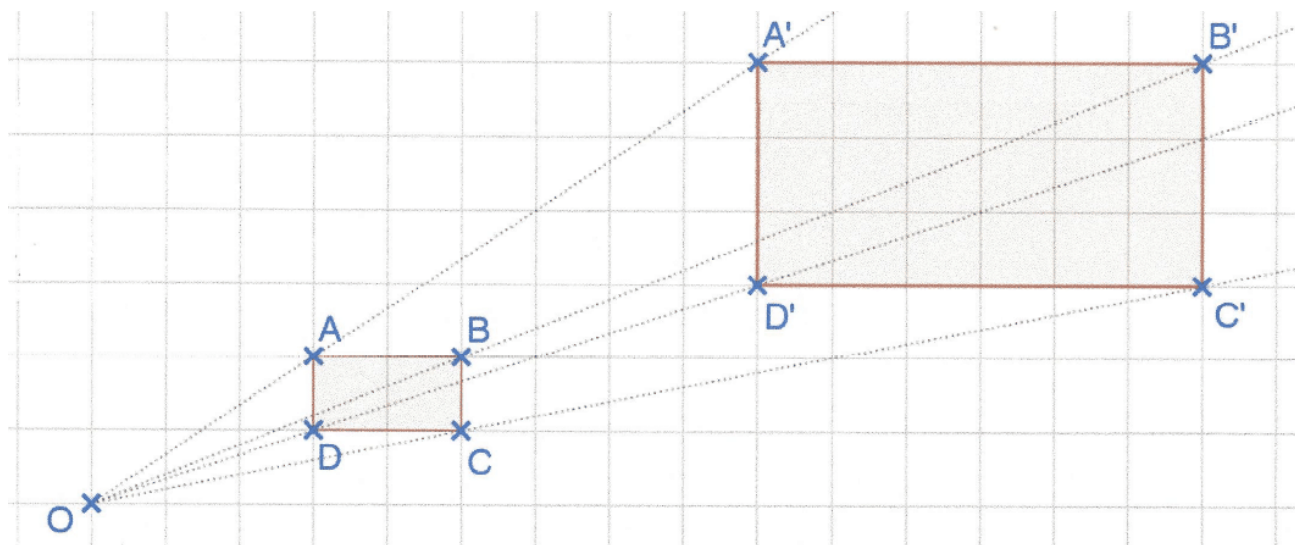
Exemple :

Le rectangle A'B'C'D' est l'image du rectangle ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport

$k=3$.

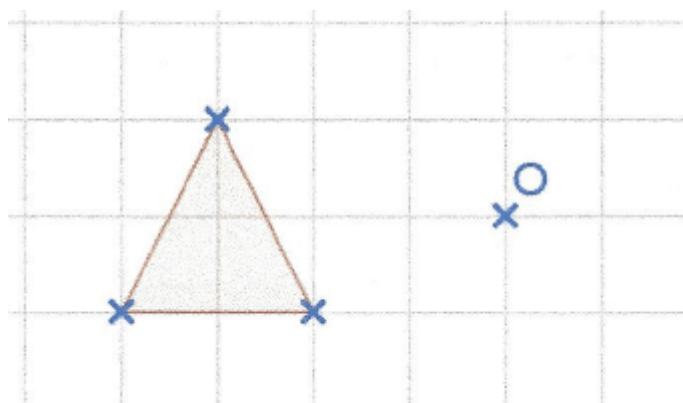
$AB = 2 \text{ cm}$ donc $A'B' = 3 \times AB = 3 \times 2 = 6 \text{ cm}$.

$Aire_{ABCD} = 2 \text{ cm}^2$ donc $Aire_{A'B'C'D'} = 3^2 \times 2 = 18 \text{ cm}^2$.



Application 1 :

Construire les images du triangle par les homothéties de centre O et de rapport 3;-1 et - 2.

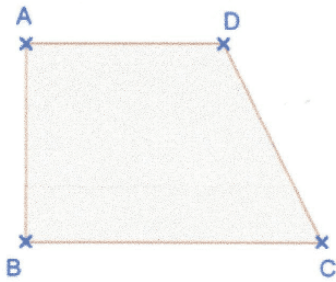


Remarque :

L'image du triangle de départ par l'homothétie de centre O et de rapport - 1 est en fait une symétrie centrale de centre O.

Application 2 :

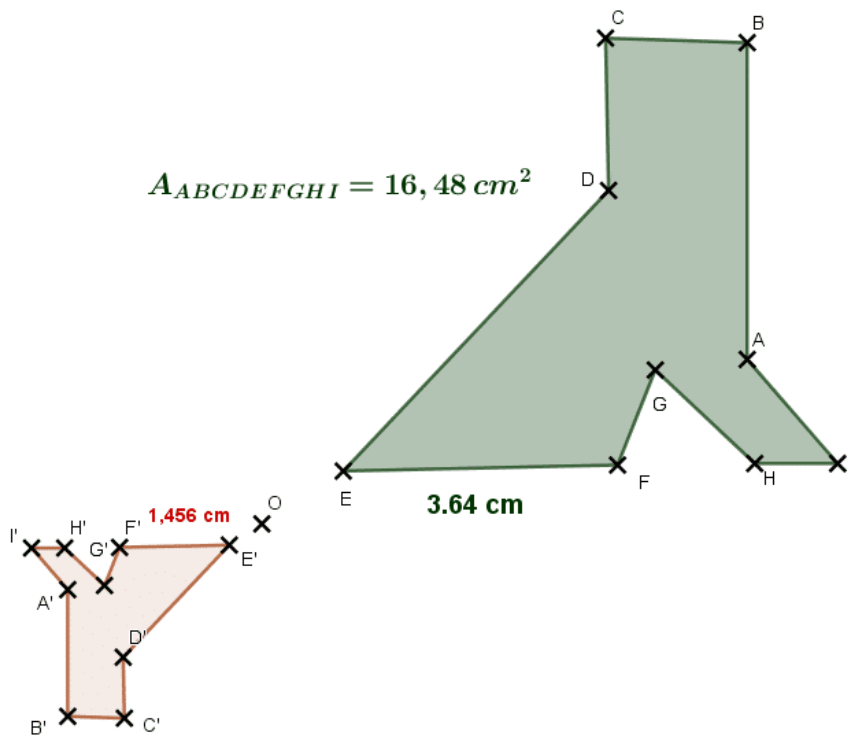
Construire les images du trapèze rectangle ABCD par les homothéties de centre O et de rapport $\frac{2}{5}$ et - 0,8.



O

Application 3 :

On considère l'homothétie de centre O et de rapport k qui transforme la chaussure verte en la chaussure rouge.



1. Est-ce un agrandissement ou une réduction ? justifier votre réponse.
2. Quel est la valeur du rapport k?
3. Calculer l'aire de la chaussure rouge (arrondir le résultat au centième).

Solution :

1. C'est un agrandissement car nous observons que $EF = 3,64 \text{ cm}$ et $E'F' = 1,46 \text{ cm}$.

2. $|k| = \frac{E'F'}{EF} = \frac{1,456}{3,64} = 0,4$ donc comme $O \in [EE']$ alors $k < 0$ donc $k = -0,4$.

3. $Aire_{A'B'C'D'E'F'G'H'I'} = k^2 \times Aire_{ABCDEFGHI} = (-0,4)^2 \times 16,48 = 2,6368 \approx 2,64 \text{ cm}^2$.