

Indépendance et répétition d'épreuves

Ce qu'évalue le contrôle : indépendance et répétition d'épreuves

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure 30**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Probabilités conditionnelles (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Démontrer ou réfuter l'indépendance de deux événements avec la relation $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- Distinguer un tirage avec remise d'un tirage sans remise du point de vue de l'indépendance
- Modéliser la répétition de trois ou quatre épreuves de Bernoulli indépendantes par un arbre pondéré
- Calculer la probabilité d'au moins un succès en passant par l'événement contraire
- Interpréter le résultat d'un test de dépistage à l'aide d'une probabilité conditionnelle inversée

Avant de commencer

Avant tout calcul, **nomme chaque événement** avec une lettre et une phrase, car la moitié des erreurs vient d'une confusion entre $P_A(B)$ et $P(A \cap B)$. Pour une indépendance, compare toujours deux nombres calculés séparément. Dès que tu lis « au moins un », pense d'abord à l'**événement contraire** : c'est souvent un seul chemin de l'arbre. Enfin, vérifie que les probabilités de toutes les issues d'un arbre ont bien pour somme 1.

Le sujet du contrôle : indépendance et répétition d'épreuves

Exercice 1 - Sport et cantine au lycée (4 points)

Un lycée compte 400 élèves de première. On a relevé si chacun pratique un sport en club et s'il déjeune à la cantine.

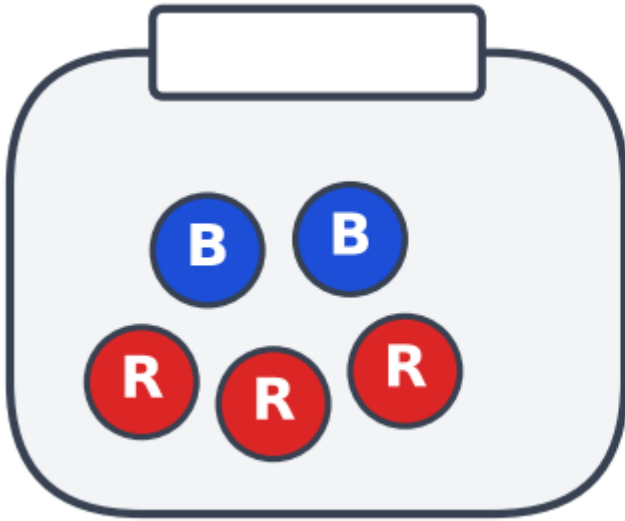
	Demi-pensionnaire	Externe
Sportif en club	180	60
Non sportif	120	40

On choisit ensuite un élève au hasard, puis on note S l'événement « l'élève est sportif en club » et D l'événement « l'élève est demi-pensionnaire ».

1. Calcule d'abord $P(S)$, $P(D)$ et $P(S \cap D)$. (1 point)
2. Les événements S et D sont-ils alors indépendants ? Justifie. (1 point)
3. Calcule ensuite $P_D(S)$, puis explique ce que ce résultat signifie pour les élèves du lycée. (0,5 point)
4. Par ailleurs, on lance un dé équilibré à six faces. Soit E : « le résultat est pair », F : « le résultat est supérieur ou égal à 5 » et G : « le résultat est un multiple de 3 ». Étudie d'abord l'indépendance de E et F , puis celle de F et G . (1,5 point)

Exercice 2 - L'urne de la kermesse (3 points)

À la kermesse de l'école, Hugo tient un stand avec une urne qui contient 3 boules rouges et 2 boules bleues, indiscernables au toucher.



3 boules rouges (R)

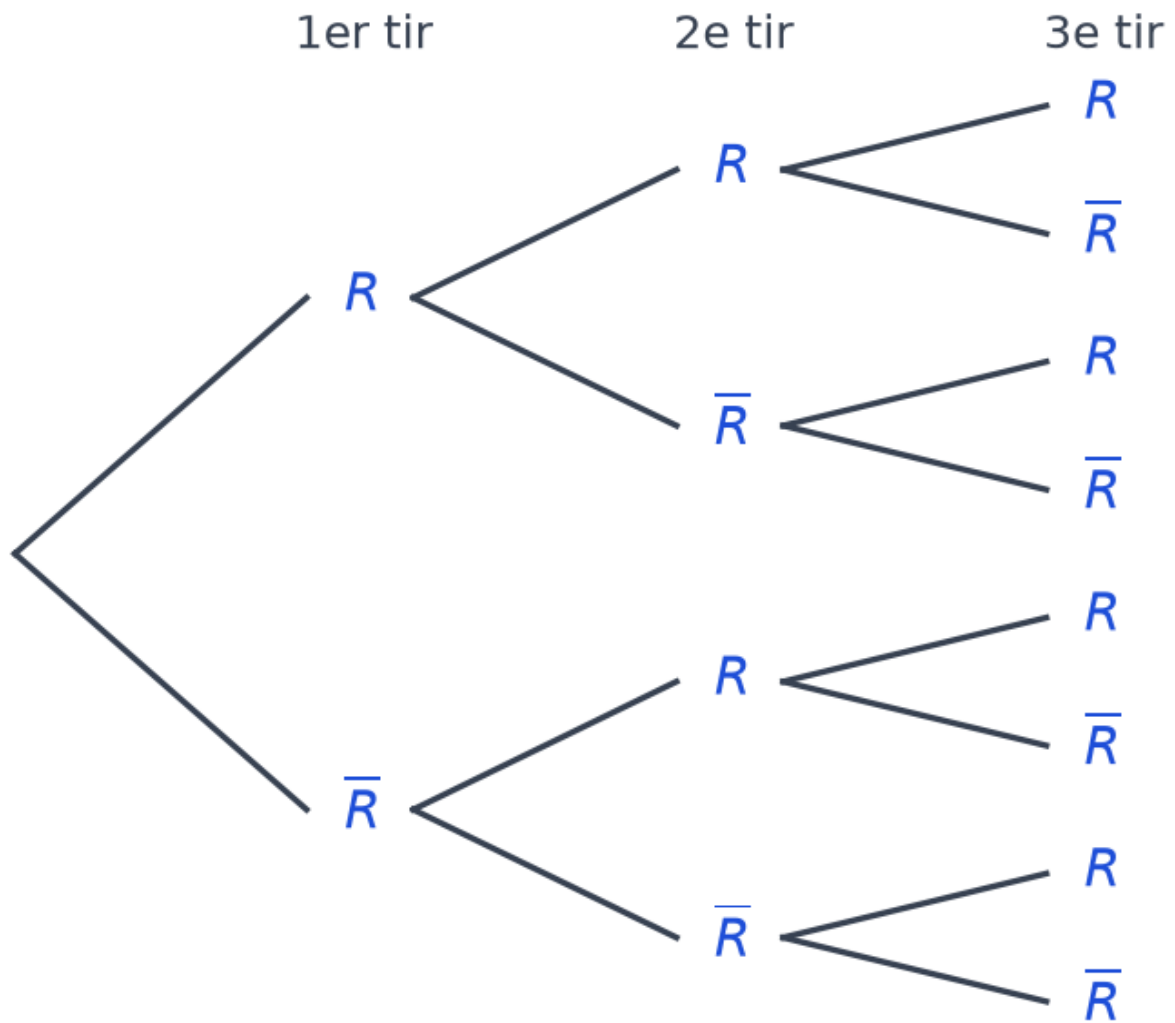
2 boules bleues (B)

Un joueur tire une boule, note sa couleur, la remet dans l'urne, puis tire une seconde boule. On note alors R_1 : « la première boule est rouge » et R_2 : « la seconde boule est rouge ».

1. Explique pourquoi les événements R_1 et R_2 sont indépendants, puis calcule la probabilité que les deux boules soient rouges. (1 point)
2. Calcule la probabilité que les deux boules soient de la même couleur. (1 point)
3. Hugo change la règle : désormais, la première boule n'est pas remise dans l'urne. Calcule alors $P_{R_1}(R_2)$ et $P(R_2)$, puis dis si R_1 et R_2 sont encore indépendants. (1 point)

Exercice 3 - Les tirs au but de Léna (5 points)

À l'entraînement, Léna réussit un tir au but avec une probabilité de $0,8$. Elle tire ensuite trois fois de suite ; on admet donc que les tirs sont indépendants les uns des autres. Enfin, pour chaque tir, on note R l'événement « le tir est réussi ».

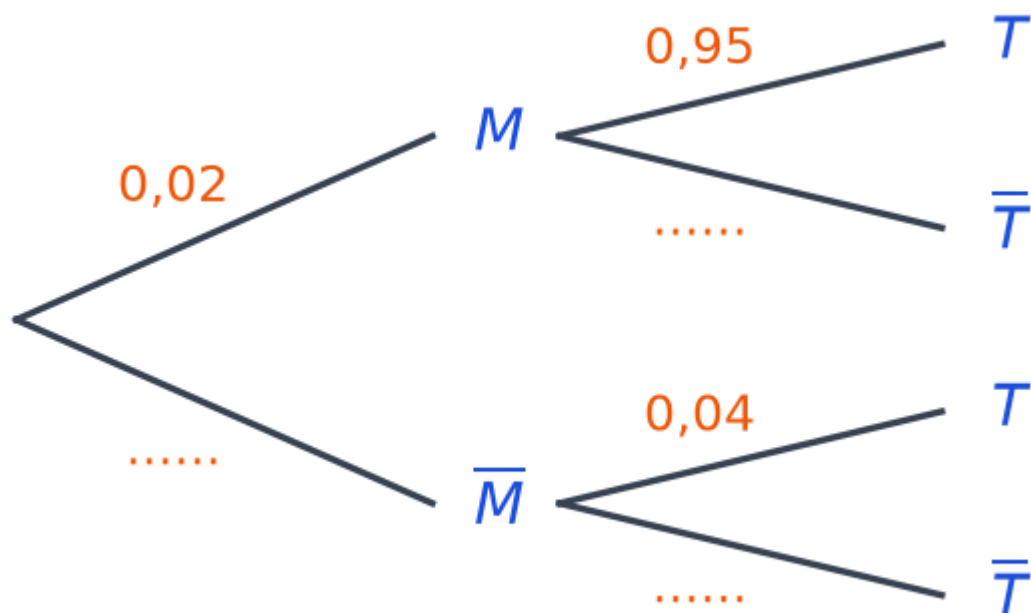


1. Recopie l'arbre, puis indique la probabilité sur chacune de ses branches. (0,5 point)
2. Calcule ensuite la probabilité que Léna réussisse ses trois tirs. (0,5 point)
3. Montre que la probabilité qu'elle réussisse exactement deux tirs vaut 0,384. (1 point)
4. Trouve aussi la probabilité qu'elle réussisse au moins un tir. (1 point)
5. Détermine la probabilité qu'elle réussisse exactement un tir, puis vérifie que les probabilités de 0, 1, 2 et 3 réussites ont pour somme 1. (1 point)
6. Lors du match, Léna tirera quatre fois dans les mêmes conditions. Quelle est la probabilité qu'elle manque au moins un de ces quatre tirs ? (1 point)

Exercice 4 - Un test de dépistage (5 points)

Une maladie rare touche 2% d'une population. Un laboratoire propose un test : quand la personne est malade, le test est positif dans 95% des cas ; en revanche, quand elle n'est pas malade, le test est tout de même positif dans 4% des cas (on parle de faux positif).

On choisit alors une personne au hasard, puis on note M : « la personne est malade » et T : « le test est positif ».



1. Recopie et complète l'arbre pondéré. (1 point)
2. Calcule d'abord $P(M \cap T)$. (0,5 point)
3. Démontre ensuite que $P(T) = 0,0582$. (1 point)
4. Une personne reçoit maintenant un test positif. Calcule donc la probabilité qu'elle soit réellement malade, arrondie au millième, puis commente ce résultat. (1,5 point)
5. Les événements M et T sont-ils indépendants ? Explique aussi pourquoi c'est rassurant pour la qualité du test. (1 point)

Exercice 5 - Le contrôle des pièces d'un atelier (3 points)

Dans l'atelier de Chloé, une machine fabrique des engrenages. Chaque engrenage est défectueux avec une probabilité de $0,05$, indépendamment des autres. Pour contrôler un lot, on prélève plusieurs engrenages au hasard : le lot est refusé dès qu'un engrenage prélevé est défectueux.

1. On prélève d'abord deux engrenages. Calcule la probabilité qu'aucun ne soit défectueux, puis celle qu'au moins un le soit. (1 point)
2. Désormais, on prélève quatre engrenages. Calcule la probabilité que le lot soit refusé, arrondie au dix-millième. (1 point)
3. Chloé veut que la probabilité de refuser un lot, avec quatre engrenages prélevés, soit inférieure à $0,1$. Pour cela, elle peut régler la machine sur un taux de défaut de 3% ou de 2% . Quel réglage convient ? Justifie. (1 point)



Réviser indépendance et répétition d'épreuves avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon probabilités conditionnelles et indépendance avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Probabilités conditionnelles : contrôle de maths en première
- Probabilités et variables aléatoires : contrôle de maths en première
- Équations de cercles dans un repère : contrôle de maths en première