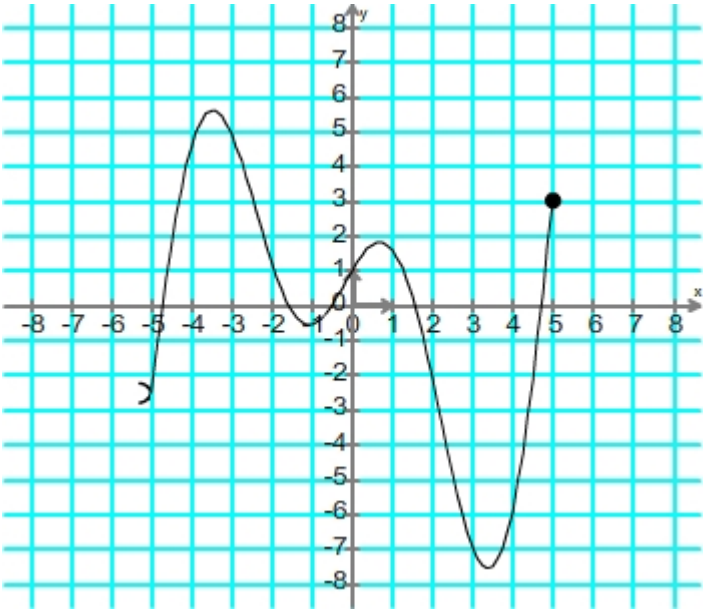
L'étude graphique et algébrique des fonctions

I. Représenter graphiquement une fonction

Définition :

Dans un repère orthonormé du plan, une fonction f définie sur un ensemble D_f est représentée graphiquement par l'ensemble des points $M(x;y)$ avec $y = f(x)$.

Cet ensemble de points est appelée la courbe représentative de la fonction f et l'ensemble D_f est l'ensemble (ou domaine) de définition de la fonction f.



Exemple :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$.

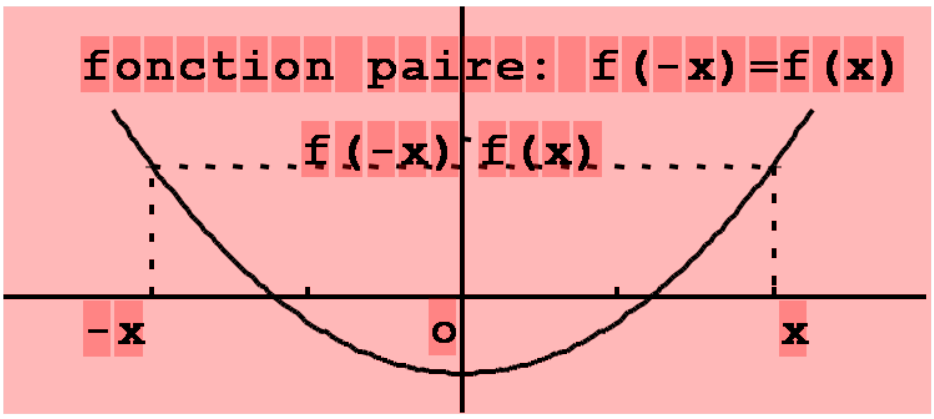
Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

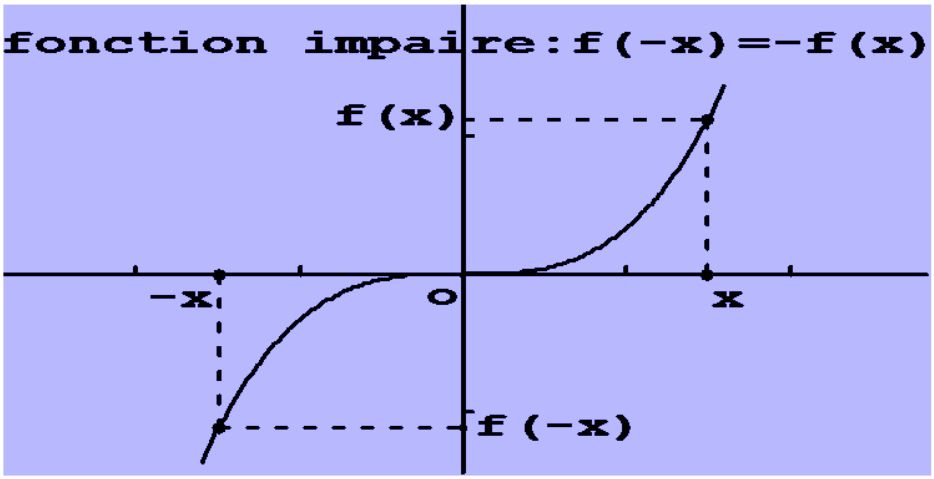
Une fraction est définie lorsque son dénominateur est non nul, par conséquent, $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$.

Définition :

Soit f définie sur un ensemble D_f symétrique par rapport à 0.Si pour tout $x \in, D_f$, f(x)=f(-x) alors la fonction est **paire** et sa courbe représentative dans un repère orthonormé est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.

Si pour tout $x \in D_f$, f(-x)=-f(x) alors la fonction est im**paire** et sa courbe représentative dans un repère orthonormé est **symétrique par rapport à l'origine du repère**.





Exemple :

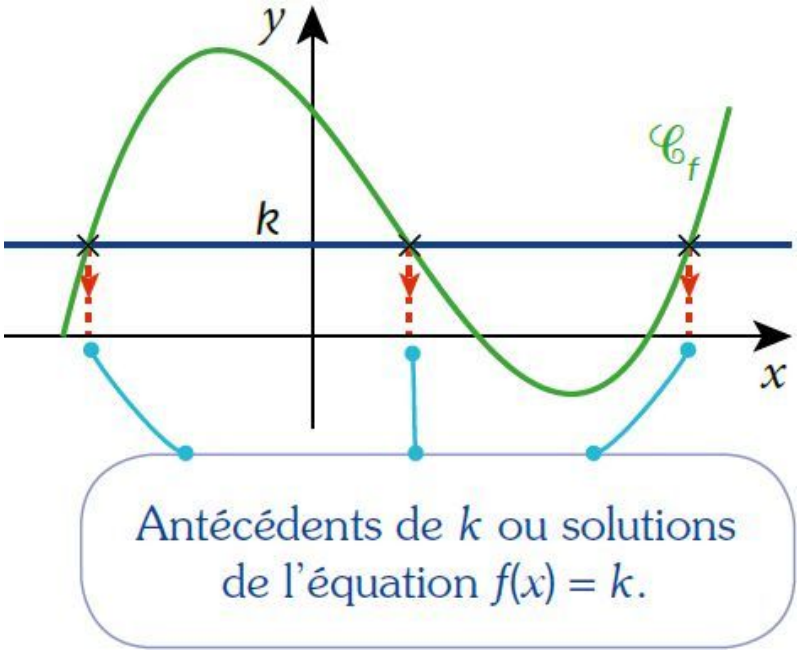
La fonction f définie par $f(x) = x^2$ est paire car $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$.

La fonction f définie par $f(x) = x^3$ est impaire car $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$.

II. Résoudre graphiquement une équation

Définition :

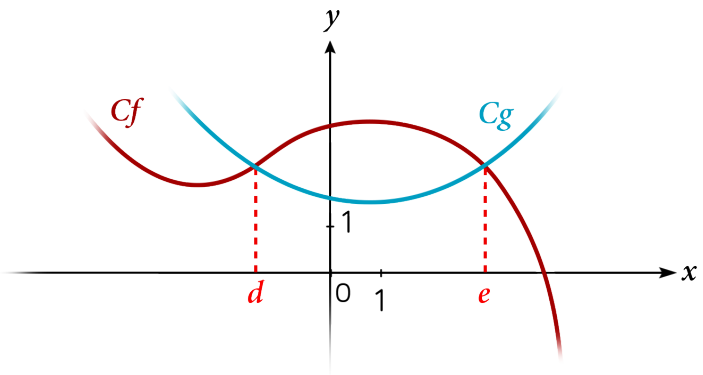
Résoudre graphiquement l'équation f(x)=k revient à déterminer les abscisses des points d'intersection des courbes y=f(x) et y=k.



Définition :

Résoudre graphiquement l'équation f(x)=g(x) revient à déterminer les abscisses des points d'intersection des courbes C_f et C_g.

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.



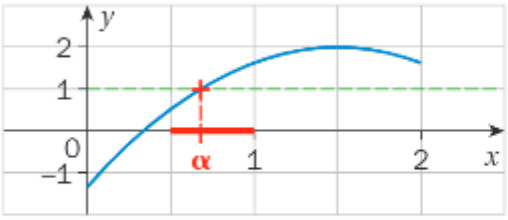
Définition :

Soit f une fonction définie sur un ensemble D_f . **Encadrer la racine** α de l'**équation f(x)=k** revient à déterminer un intervalle [a ; b] où a et b sont deux nombres réels appartenant à D_f, tel que $\alpha \in [a; b]$.

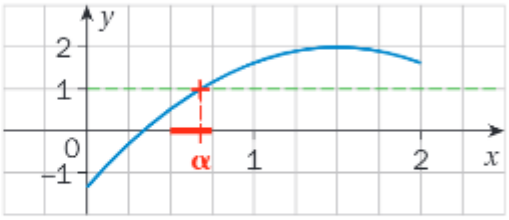
C'est à dire que $a \leq \alpha \leq b$.

La précision de l'**encadrement** correspond à l'**amplitude** de l'intervalle [a ; b] et elle est de b-a.

Dans les deux graphiques ci-dessous, la même fonction f définie sur [0 ; 2] est représentée. On admet que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur [0 ; 2].



La précision du repère ci-dessus permet de donner un encadrement d'amplitude 0,5 : $\alpha \in [0,5 ; 1]$.

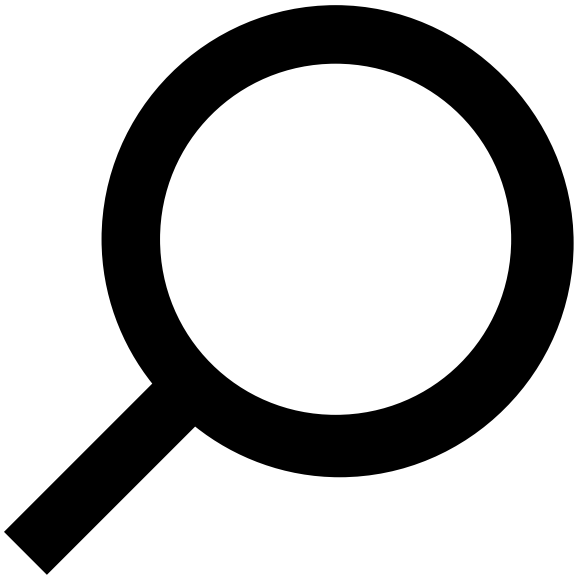


La précision du repère ci-dessus permet de donner un encadrement d'amplitude 0,25 : $\alpha \in [0,5 ; 0,75]$.

III. Résoudre graphiquement une inéquation

Définition :

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq k$ revient à déterminer les abscisses des points de la courbe C_f ayant une ordonnée supérieure ou égale à k.



Définition :

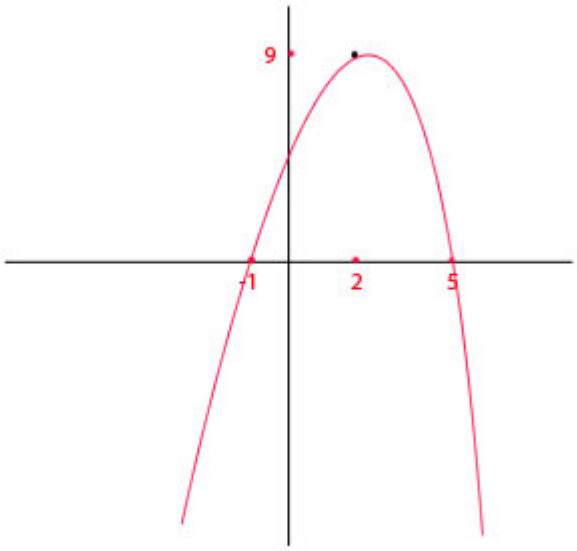
Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ revient à déterminer les abscisses des points de C_f dont **les ordonnées sont inférieures** à celles de C_g.

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

Définition :

Dresser le tableau de signe d'une fonction f définie sur un ensemble D_f revient à étudier la position de sa courbe C_f par rapport à l'axe des abscisses dans un repère orthonormé du plan.

- Si C_f coupe l'axe des abscisses alors la fonction **f s'annule**;
- Si C_f est strictement au-dessus de l'axe des abscisses alors la fonction **f est strictement positive**;
- Si C_f est strictement en-dessous de l'axe des abscisses alors **f est strictement négative.**



x	-&		2		+&
F(x)		↗	9	↘	

x	-&		-1		5		+&
x + 1		-	0	+		-	
5 - x		-		+	0	-	
(x+1) * (5-x)		+	0	+	0	+	

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.