Les équations du second degré

I. Fonction polynôme du second degré

1.Généralités

Définition :

Toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a,b,c trois nombres réels tel que a soit non nul est appelée **fonction polynôme du second degré** ou, simplement, **trinôme**.

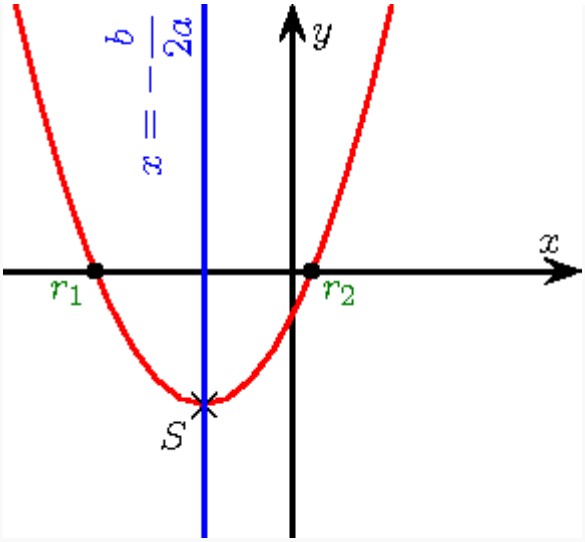
2.Forme canonique

Théorème :

Tout fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a,b,c trois nombres réels tel que a soit non nul peut s'écrire de **façon unique** sous la forme $f(x) = a(x-,\alpha,)^2 + \beta$.Cette forme est appelée la **forme canonique** du trinôme.

La courbe représentative de f est appelée la **parabole et son équation est** $y = ax^2 + bx + c$.

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.



Exemple :

Déterminer la forme canonique de la fonction suivante :

$f(x) = 2x^2 - 4x + 8 f(x) = 2(x^2 - 2x + 4) f(x) = 2[(x-1)^2 - 1 + 4] f(x) = 2[(x-1)^2 + 3] f(x) = 2(x-1)^2 + 6$

Propriété :

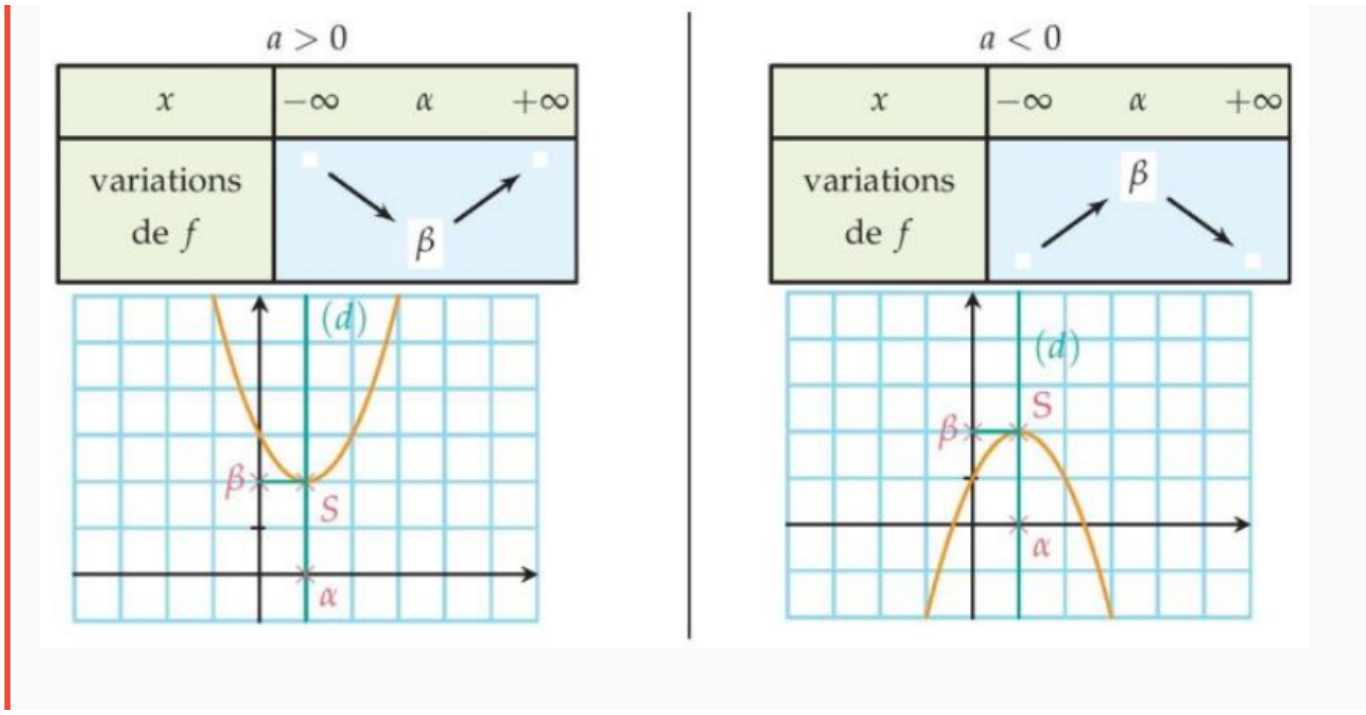
Une parabole de sommet $S(\alpha, \beta)$ est symétrique par rapport à la droite d'équation $x =, \alpha$.

3.Sens de variation d'une fonction

Propriété :

Soit f une fonction du second degré dont la forme canonique est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$.

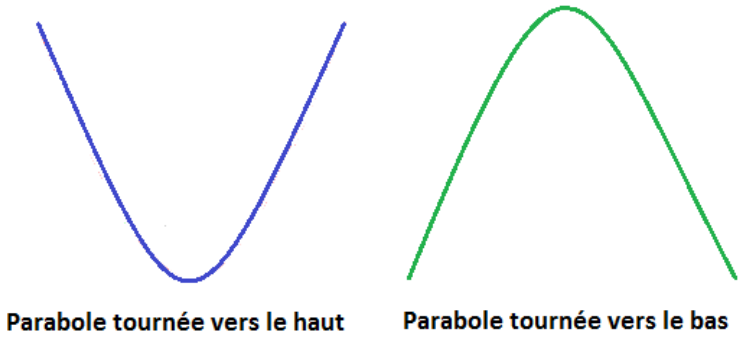
Le sens de variation de f dépend du signe du nombre a.



Vocabulaire :

- Si a>0, f admet un **minimum** en x=a égal à b que l'on peut traduire par "le sommet de la parabole est en bas" ou par "**f est convexe**".

- Si a<0, f admet un **maximum** en x=a égal à b que l'on peut traduire par "le sommet de la parabole est en haut" ou par "**f est concave**".



II.les équation du second degré et trinôme

1.Résolution d'équations du second degré

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

Définition : équation du second degré.

Une **équation du second degré** est une équation du type $ax^2 + bx + c = 0$ avec a,b,c trois nombres réels tel que a soit non nul.

Définition : discriminant.

$\Delta, = b^2 - 4ac$ est le discriminant du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$.

Vocabulaire :

On appelle **racine** du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Les solutions de l'équation $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ sont appelées **racines ou zéros** de la fonction f.

Théorème :

Le nombre de solutions de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ dépend du signe de Δ.

Résolution d'une équation du second degré

Calcul de Δ : $\Delta = b^2 - 4ac$

Déduction de l'ensemble des solutions de l'équation :

En fonction de la valeur de Δ , nous avons 3 cas distincts :

Si $\Delta > 0$:
L'équation admet **deux solutions dans R** :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$:
L'équation admet **une unique solution dans R** :

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$:
L'équation admet **deux solutions dans C** :

$$x_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

2.Le signe du trinôme

	Solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$	Signe de $P(x)=ax^2+bx+c$	Factorisation de $P(x)=ax^2+bx+c$
$\Delta > 0$	Deux solutions distinctes $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	x: $-\infty$; x_1 ; x_2 ; $+\infty$ $P(x)$: signe de a ; 0 ; signe de $-a$; 0 ; signe de a	$P(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$
$\Delta = 0$	Une solution double $x_3=-\frac{b}{2a}$	x: $-\infty$; x_3 ; $+\infty$ $P(x)$: signe de a ; 0 ; signe de a	$P(x)=a(x-x_3)^2$
$\Delta < 0$	Pas de solution	x: $-\infty$; $+\infty$ $P(x)$: signe de a	Pas de factorisation possible

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.