Cours de maths en 4ème

Les équations et les problèmes

Les équations du premier degré, également connues sous le nom d'équations linéaires, sont des équations dans lesquelles l'exposant le plus élevé de la variable est 1. Elles peuvent être écrites sous la forme : $ax + b = c$

où "x" est la variable, "a" et "b" sont des constantes, et "c" est une valeur connue.

Le but de la résolution d'une équation du premier degré est de trouver la valeur de la variable "x" qui rend l'équation vraie. Pour ce faire, nous pouvons utiliser des techniques algébriques telles que l'isolation de la variable d'un côté de l'équation en effectuant la même opération des deux côtés.

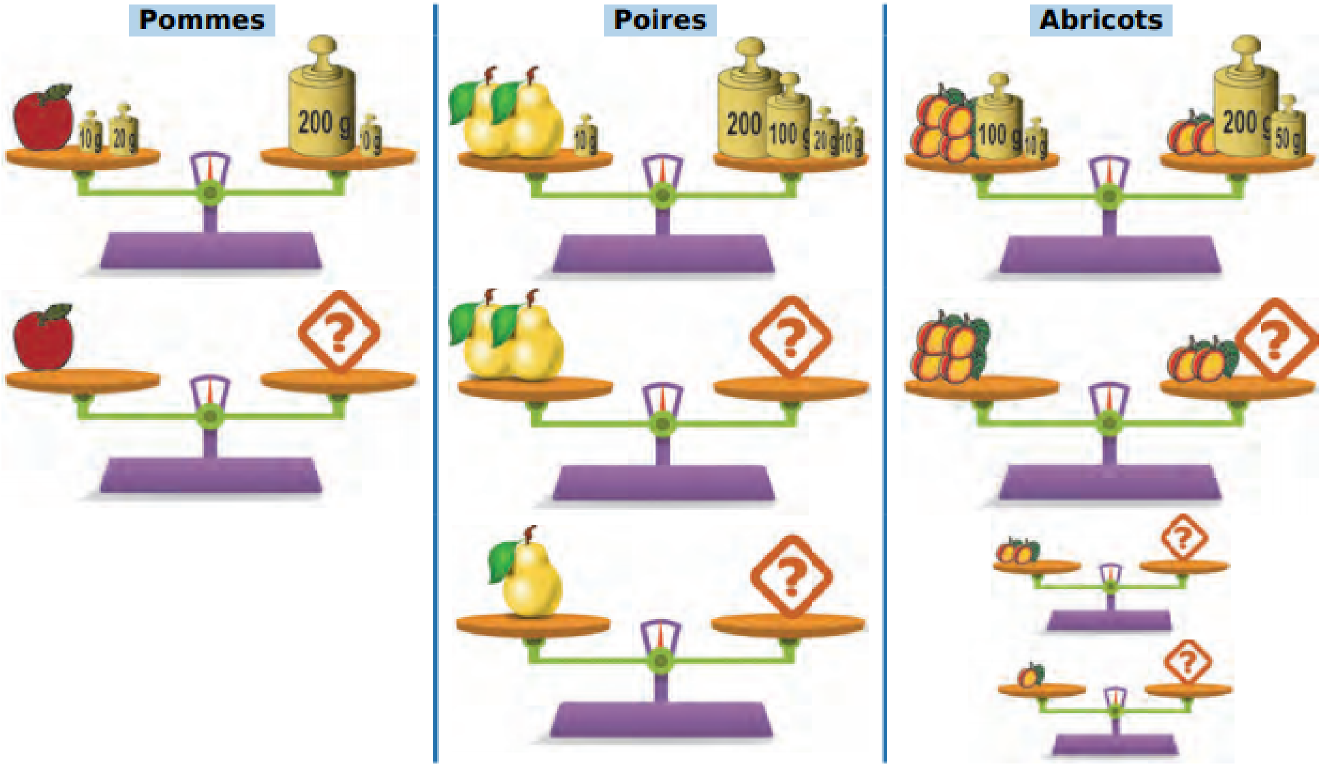
I. Les équations du premier degré à une inconnue :

1.Activité d'introduction aux équations :

a Dans chaque cas ci-dessous, reproduis les balances à partir de la deuxième. Complète ensuite le plateau de droite avec des masses, de telle manière que les plateaux restent en équilibre. (On suppose que les poires et les abricots ont tous la même masse.) Déduis-en la masse de chaque fruit.

b On pose x la masse d'une pomme. La première pesée s'écrit mathématiquement comme ceci : $x + 30 = 210$. Traduis mathématiquement la seconde pesée. Comment passe-t-on de la première égalité mathématique à la seconde ?

c Fais le même travail avec les poires, puis avec les abricots.



2.Définitions et vocabulaire :

Définition :

On considère quatre nombres relatifs a,b,c et d.

- On appelle **équation du premier degré à une inconnue**, toute égalité du type : $ax + b = cx + d$ (avec $a \neq 0$)
- La lettre x est l'**inconnue de l'équation**.
- **Résoudre une équation**, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient l'égalité.
- Si elles existent, chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation**.

- L'expression littérale située à gauche du signe = s'appelle le **premier membre** et celle située à droite s'appelle le **second membre** de l'équation.

Exemples :

Voici quelques équations :

$$4z = 3$$
$$2t - 1 = 6$$
$$5x - 3 = 4x + 9$$

3. Résolution d'équations du type x+a=b :

Propriété :

On ne change pas les solutions d'une équation en ajoutant (ou retranchant) **une même quantité à chaque membre de cette équation**.

Règle :

Soient a et b deux nombres relatifs. L'équation $a + x = b$ équivaut à $x = b - a$.

Exemple :

Résoudre les équations.

$$x + 5 = 9$$
$$x + 5 - 5 = 9 - 5$$
$$x + 0 = 4$$
$$x = 4$$

$$z - 8 = -12$$
$$z - 8 + 8 = -12 + 8$$
$$z = -4$$

4. Résolution d'équations du type ax=b (avec a non nul) :

Propriété :

On ne change pas les solutions d'une équation en **multipliant (ou divisant)** par un nombre non nul chaque **membre d'une équation** .

Règle :

Soient a et b deux nombres relatifs tel que $a \neq 0$.L'équation $ax = b$ équivaut à $x = \frac{b}{a}$.

Exemple :

1.Résoudre les équations.

$$3x = 9$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$
$$1x = 3$$
$$x = 3$$

$$-8m = -24$$
$$\frac{-8m}{-8} = \frac{-24}{-8}$$
$$1m = 3$$
$$m = 3$$

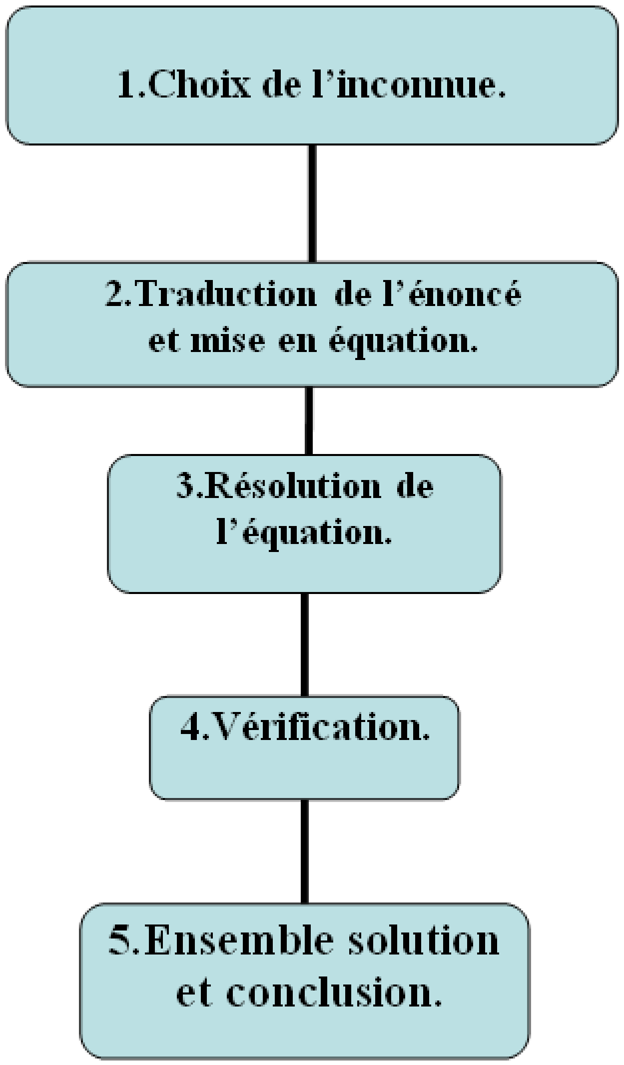
2. Résoudre :

$$3a - 2 = 19$$
$$3a - 2 + 2 = 19 + 2$$
$$3a = 21$$
$$\frac{3a}{3} = \frac{21}{3}$$
$$a = 7$$

$$5x + 9 = 2x + 7$$
$$5x = 2x + 7 - 9$$
$$5x = 2x - 2$$
$$5x - 2x = -2$$
$$3x = -2$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}$$
$$x = -\frac{2}{3}$$

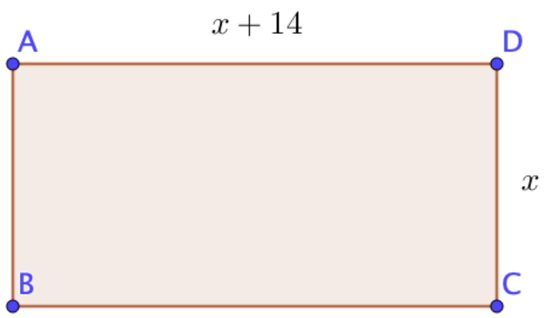
II. Résolution de problèmes:

1.Méthodologie :



2.Exemples de problèmes :

a. Le périmètre de ce rectangle est de 43 mètres, calculer la valeur de x.



Soit x : la largeur du rectangle ABCD exprimée en mètre.

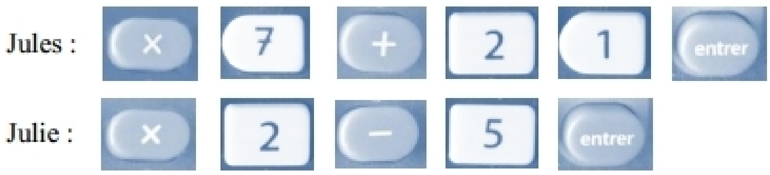
Nous avons :

$$2 \times \ x + 2 \times \ (x + 14) = 43$$
$$2 \times \ x + 2 \times \ x + 2 \times \ 14 \ = 43$$
$$2\,x + 2\,x + 28 \ = 43$$
$$4x + 28 = 43$$
$$4x = 43 - 28$$
$$4x = 15$$
$$x = \frac{15}{4}$$
$$x = 3,75\,m$$

b.

Jules et Julie entrent le même nombre sur leur calculatrice mais n'effectuent pas les mêmes opérations.

Après avoir entré le nombre commun, voici les calculs que chacun effectue :



Ils sont alors très surpris de découvrir que leurs calculatrices affichent le même résultat !

a. Vérifier que Jules et Julie n'ont pas pu entrer le nombre 4 avant d'effectuer leurs calculs.

Expliquer pourquoi.

b. Trouver le nombre commun que Jules et Julie ont entré sur leur calculatrice.

$4 \times \ 7 + 21 = 28 + 21 = 49$ et $4 \times \ 2 - 5 = 8 - 5 = 3$

Les résultats ne sont pas égaux. Par conséquent, Jules et Julie n'ont pas pu entrer le nombre 4.

Notons x : le nombre entré au départ par Jules et Julie.

Jules a saisi : $7x + 21$.

Julie a saisi : $2x - 5$.

Nous obtenons l'équation :

$$7x + 21 = 2x - 5$$
$$7x = 2x - 5 - 21$$
$$7x - 2x = -26$$
$$5x = -26$$
$$x = \frac{-26}{5}$$
$$x = -5,2$$

Conclusion : Julie et Jules ont saisi le nombre - 5,2.

III. Carte mentale sur les équations :