

Loi binomiale et schéma de Bernoulli

Ce qu'évalue le contrôle : loi binomiale et schéma de Bernoulli

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **2 heures**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Loi binomiale et variables aléatoires (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Reconnaître un schéma de Bernoulli et justifier qu'une variable aléatoire suit une loi binomiale
- Calculer à la calculatrice des probabilités du type $P(X = k)$, $P(X \leq k)$ et $P(X \geq k)$
- Calculer l'espérance, la variance et l'écart type d'une loi binomiale et les interpréter
- Utiliser un arbre pondéré et la formule des probabilités totales
- Déterminer le plus petit nombre d'épreuves pour que $P(X \geq 1)$ dépasse un seuil, à l'aide du logarithme

Avant de commencer

Pour chaque variable aléatoire, commence par rédiger la justification complète : épreuve à deux

issues, **succès** défini, probabilité constante, répétitions **indépendantes**. Ensuite, écris clairement la loi $B(n;p)$ avant tout calcul. Quand un événement contient « au moins », pense au **complémentaire**, car le calcul devient bien plus court. Enfin, arrondis seulement à la fin et donne tes résultats à 10^{-3} près.

Le sujet du contrôle : loi binomiale et schéma de Bernoulli

Exercice 1 - Automatismes sur une loi binomiale (3 points)

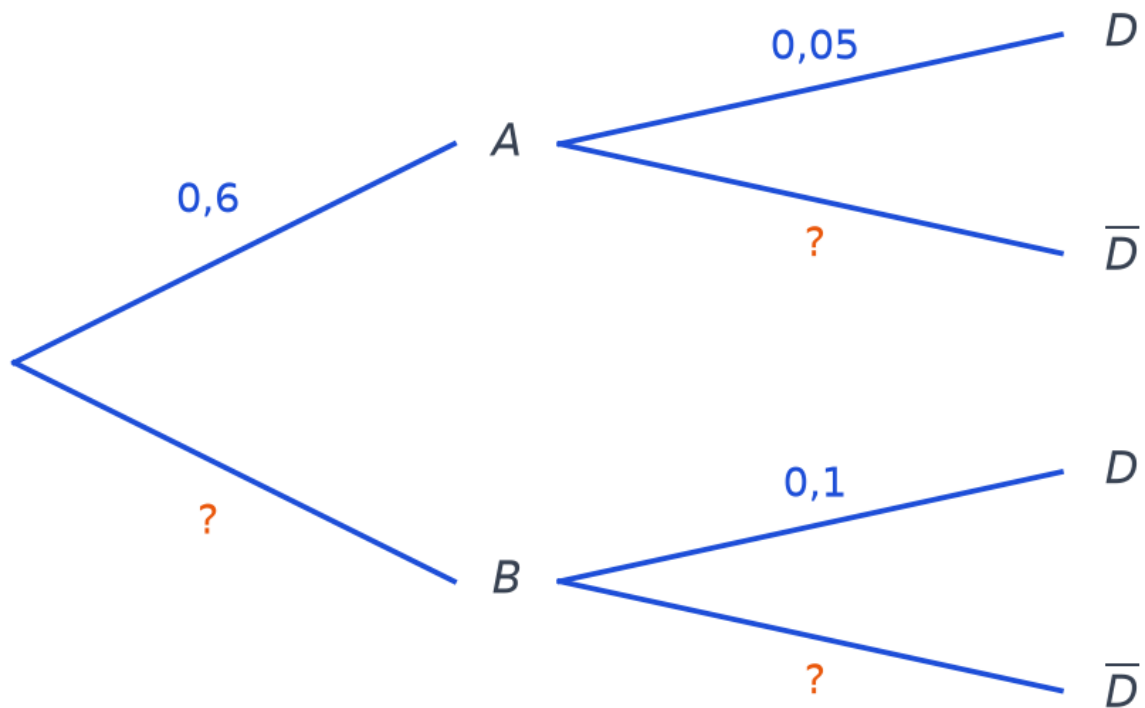
Une variable aléatoire X suit la loi binomiale $B(5;0,2)$. Dans cet exercice, donne les valeurs exactes.

1. Calcule d'abord $P(X = 0)$. (0,5 point)
2. Calcule ensuite $P(X = 1)$. (0,5 point)
3. Déduis-en la probabilité d'obtenir au moins un succès. (1 point)
4. Donne enfin l'espérance et la variance de X . (1 point)

Exercice 2 - Les coques de téléphone (4 points)

Un atelier fabrique des coques de téléphone sur deux machines. La machine A produit 60% des coques et la machine B produit les autres. Parmi les coques de la machine A , 5% sont défectueuses, alors que ce taux monte à 10% pour la machine B .

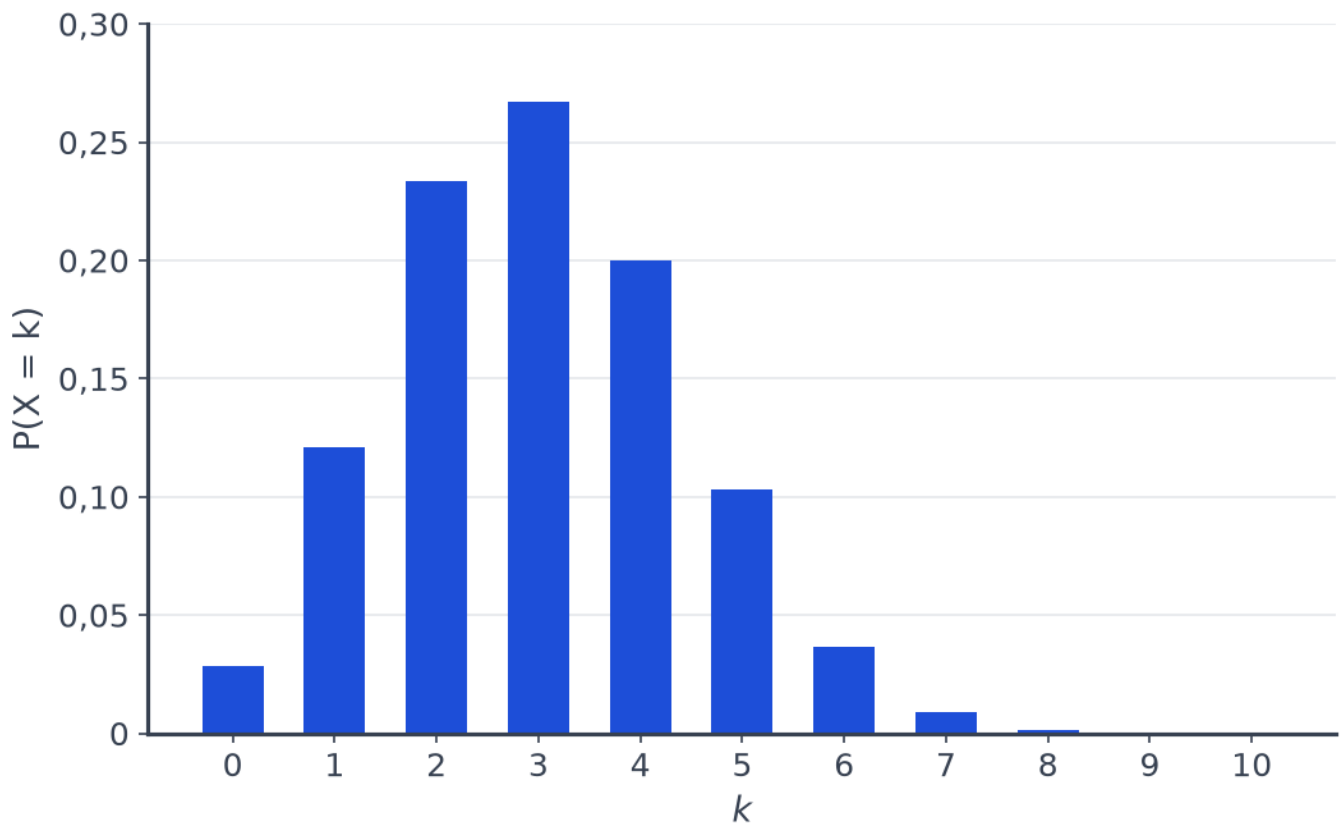
Ensuite, on choisit une coque au hasard. On note A l'événement « la coque vient de la machine A », B l'événement « elle vient de la machine B » et D l'événement « elle est défectueuse ».



1. Tout d'abord, recopie l'arbre pondéré, puis complète les trois probabilités manquantes. (0,5 point)
2. Démontre que $P(D) = 0,07$. (1 point)
3. La coque choisie est défectueuse. Quelle est alors la probabilité qu'elle vienne de la machine A ? Donne la valeur exacte puis un arrondi à 10^{-3} . (1 point)
4. Par exemple, un magasin reçoit un carton de 20 coques. Le stock est assez grand pour assimiler ce choix à 20 tirages avec remise. Soit Y le nombre de coques défectueuses du carton : justifie que Y suit une loi binomiale, puis calcule $P(Y = 0)$ et $P(Y \leq 1)$ à 10^{-3} près. (1,5 point)

Exercice 3 - Lecture d'un diagramme en barres (4 points)

Le diagramme ci-dessous représente la loi de probabilité d'une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale $B(10; 0,3)$.



1. Quelle valeur de X est la plus probable d'après le diagramme ? Calcule alors sa probabilité à 10^{-4} près. (1 point)
2. Calcule aussi $P(X \leq 2)$ à 10^{-4} près. (1 point)
3. Déduis-en $P(X \geq 4)$, en expliquant ta méthode. (1 point)
4. Détermine l'espérance, la variance et l'écart type de X , puis compare l'espérance à la lecture du diagramme. (1 point)

Exercice 4 - Un QCM rempli au hasard (4 points)

Un questionnaire comporte 12 questions indépendantes. Pour chacune, quatre réponses sont proposées et une seule est juste. Faute de temps, Maëlys répond au hasard à toutes les questions. On note X le nombre de bonnes réponses obtenues.

1. Justifie d'abord que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres. (1 point)

2. Calcule la probabilité que Maëlys obtienne exactement 6 bonnes réponses, à 10^{-3} près. (1 point)
3. Calcule ensuite la probabilité qu'elle obtienne au moins 5 bonnes réponses, à 10^{-3} près. (1 point)
4. Le professeur accorde 1 point par bonne réponse, mais retire 0,5 point par mauvaise réponse. La note obtenue est donc $N = X - 0,5(12 - X)$. Calcule $E(N)$: répondre au hasard est-il une bonne stratégie ? (1 point)

Exercice 5 - La carte gagnante des céréales (5 points)

Une marque de céréales glisse une carte gagnante dans 8% de ses paquets. Théo achète n paquets, et la production est assez grande pour que ces achats soient assimilés à des tirages avec remise. On note X_n le nombre de cartes gagnantes obtenues.

1. Tout d'abord, justifie que X_n suit une loi binomiale et donne ses paramètres. (1 point)
2. Théo achète d'abord 10 paquets. Calcule la probabilité qu'il obtienne au moins une carte gagnante, à 10^{-3} près. (1 point)
3. Montre que $P(X_n \geq 1) > 0,99$ équivaut à $0,92^n < 0,01$. (1 point)
4. Résous alors cette inéquation à l'aide du logarithme népérien. Combien de paquets Théo doit-il acheter, au minimum, pour avoir plus de 99% de chances d'obtenir au moins une carte gagnante ? (1,5 point)
5. Pour ce nombre de paquets, calcule le nombre moyen de cartes gagnantes qu'il peut espérer. (0,5 point)



Réviser loi binomiale et schéma de Bernoulli avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon probabilités et loi binomiale ; entraîne-toi sur la fiche probabilités conditionnelles avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Espérance et loi des grands nombres : contrôle de maths en terminale
- Dénombrement et loi binomiale : contrôle de maths en terminale
- Calcul d'intégrales : contrôle de maths en terminale