

Loi de probabilité et espérance

Ce qu'évalue le contrôle : loi de probabilité et espérance

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Variables aléatoires (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Définir une variable aléatoire associée à une expérience et donner l'ensemble de ses valeurs
- Établir la loi de probabilité d'une variable aléatoire dans un tableau et vérifier que la somme des probabilités vaut 1
- Calculer des probabilités du type $P(X \geq k)$ ou $P(a \leq X \leq b)$ à partir de la loi
- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire et l'interpréter comme un gain moyen sur un grand nombre de parties
- Déterminer une valeur inconnue de la loi à partir de la somme des probabilités ou de l'espérance

Avant de commencer

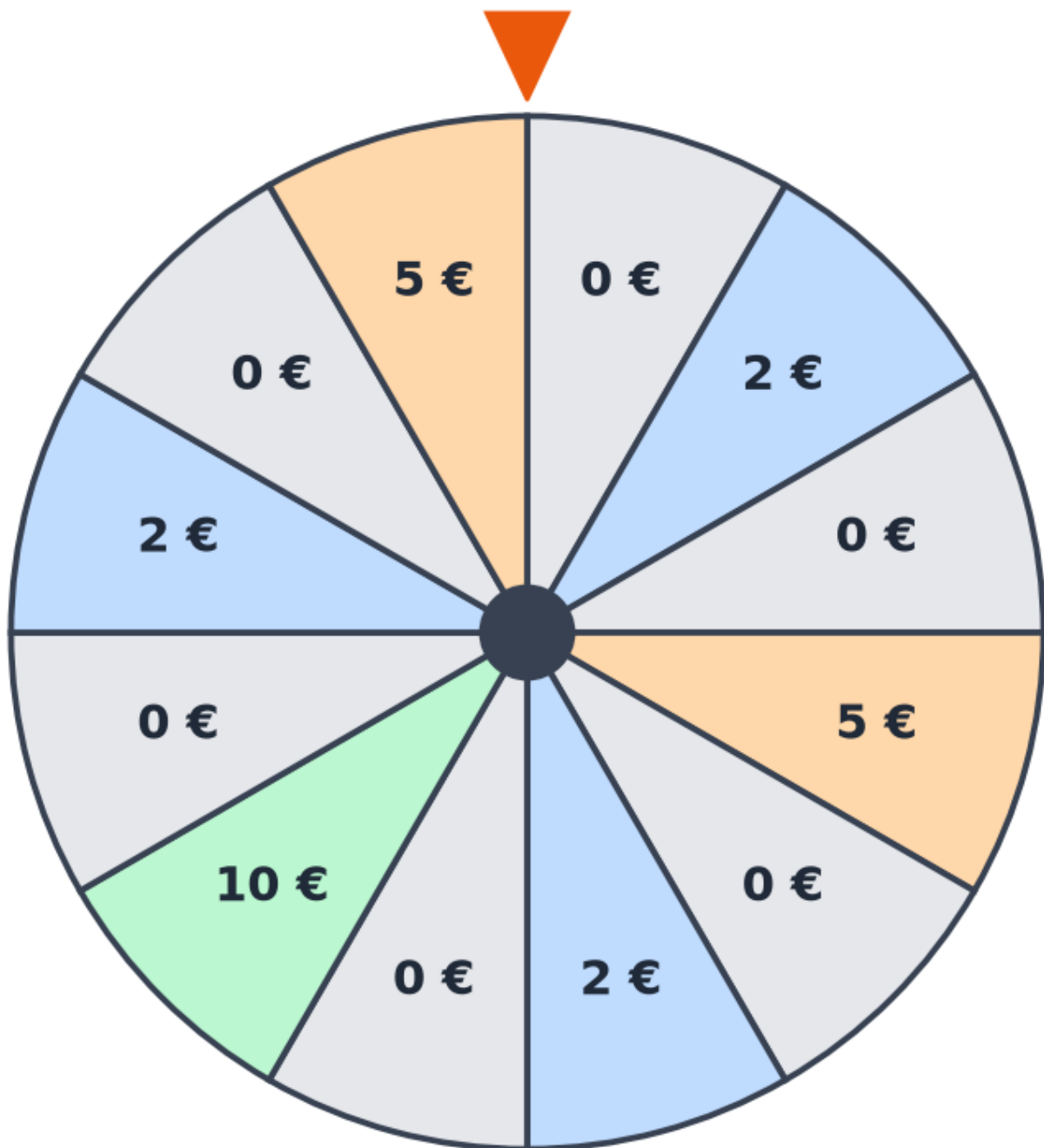
Avant tout calcul, écris la **liste des valeurs** que peut prendre la variable aléatoire : c'est

l'étape la plus souvent bâclée. Ensuite, garde les probabilités sous forme de fractions de même dénominateur, car les sommes et l'espérance se calculent alors très vite. Vérifie toujours que la **somme des probabilités vaut 1**. Enfin, pour un gain, pense à retirer la mise avant de dresser la loi.

Le sujet du contrôle : loi de probabilité et espérance

Exercice 1 - La roue de la fête foraine (4 points)

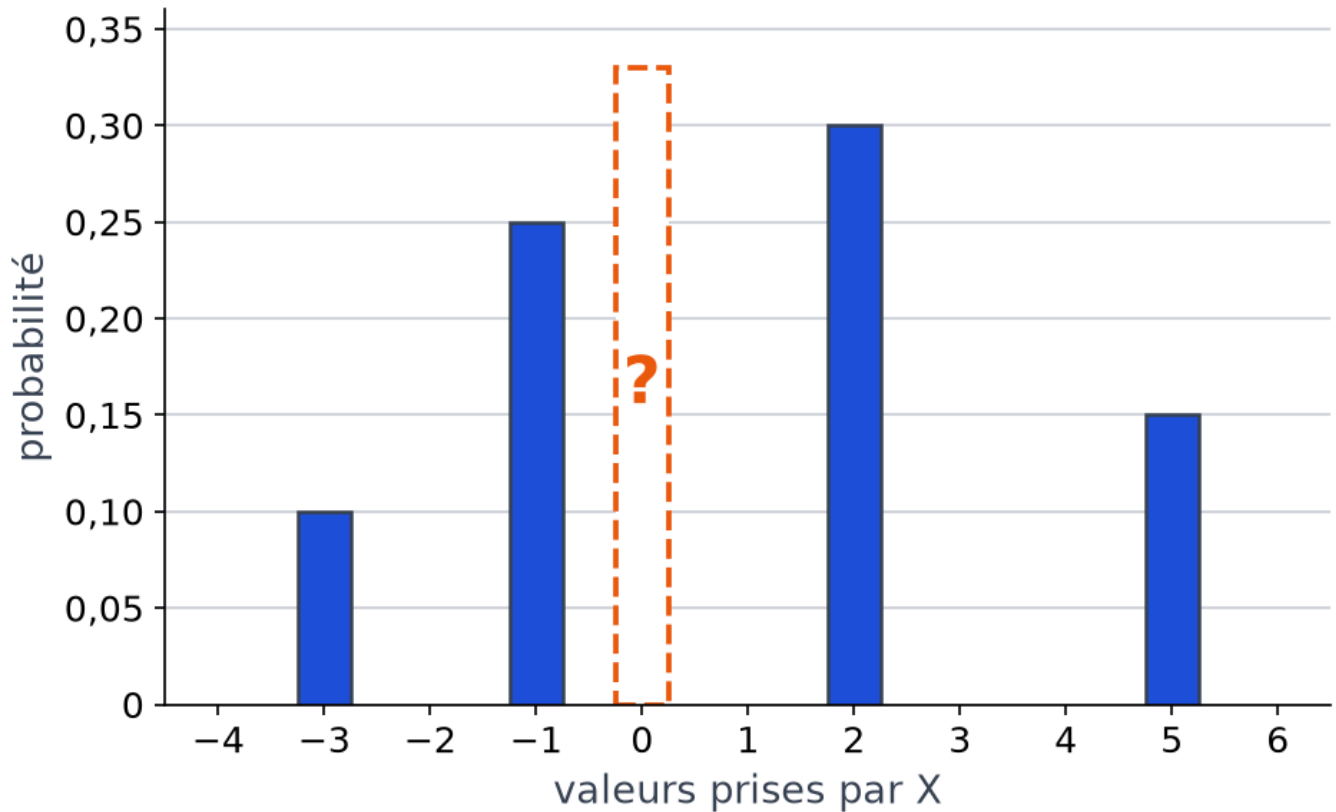
Sur un stand de fête foraine, Maël fait tourner la roue ci-dessous. Elle est partagée en 12 secteurs de même taille, et chaque secteur a la même probabilité de s'arrêter sous la flèche. On note X la somme gagnée, en euros, sur une partie.



1. Donne d'abord les valeurs prises par X , puis établis sa loi de probabilité dans un tableau. Vérifie ensuite que la somme des probabilités vaut 1. (1 point)
2. Représente ensuite cette loi par un diagramme en barres. (1 point)
3. Calcule $P(X \geq 2)$ et traduis ce résultat par une phrase. (1 point)
4. Calcule $E(X)$. Le forain fait payer 2 € la partie : sur un grand nombre de parties, ce jeu est-il avantageux pour le joueur ? (1 point)

Exercice 2 - Une loi donnée par un diagramme (4 points)

Le diagramme en barres ci-dessous représente la loi de probabilité d'une variable aléatoire X . Cependant, la barre correspondant à la valeur 0 a été effacée.



1. Lis les probabilités connues sur le diagramme, puis déduis-en $P(X=0)$. (1 point)
2. Calcule $P(X>0)$, puis déduis-en $P(X\leq 0)$ sans nouvelle addition. (1 point)
3. Détermine alors $P(-1\leq X\leq 2)$. (1 point)
4. Calcule enfin l'espérance de X . (1 point)

Exercice 3 - Une valeur cachée (3 points)

Une variable aléatoire X a la loi suivante, où x désigne un réel strictement supérieur à 4. On sait aussi que $E(X)=3$.

Valeur x_i	1	4	x
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

1. Exprime d'abord $E(X)$ en fonction de x . (1 point)
2. Déduis-en ensuite la valeur de x . (1 point)
3. Avec cette valeur, calcule $P(X \geq 4)$ puis $P(X < 5)$. (1 point)

Exercice 4 - L'écart entre deux dés (5 points)

Inès lance un dé rouge et un dé bleu, tous deux équilibrés à six faces. On note X l'écart entre les deux résultats, c'est-à-dire le plus grand moins le plus petit. Par exemple, quand le dé rouge donne 2 et le dé bleu donne 5, on a $X = 3$.

bleu rouge	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2			
2	1	0				
3	2					
4						2
5						
6						0

1. Recopie puis complète le tableau ci-dessus. (1 point)
2. Déduis-en la loi de probabilité de X , en justifiant que les 36 issues sont équiprobables. (1,5 point)
3. Calcule ensuite $P(X \geq 3)$ et donne le résultat sous forme de fraction irréductible. (1 point)
4. Calcule $E(X)$, puis interprète ce nombre. (1,5 point)

Exercice 5 - La tombola du lycée (4 points)

Pour financer un voyage, la classe de Théo organise une tombola. Une urne contient 20 billets, et chaque joueur y achète un billet au hasard pour 4 €. Parmi ces billets, un seul rapporte 30 €, trois rapportent 10 € et six rapportent 2 €. Les autres sont perdants. On note G le gain net du joueur, c'est-à-dire la somme reçue moins le prix du billet.

1. Quelles valeurs peut prendre G ? Établis ensuite sa loi de probabilité. (1,5 point)
2. Calcule la probabilité que le joueur gagne de l'argent. (0,5 point)
3. Calcule enfin $E(G)$. (1 point)
4. Lors de la fête du lycée, la classe vend 200 billets avec ces mêmes proportions de lots. Quel bénéfice peut-elle alors espérer ? Justifie à l'aide de la question précédente. (1 point)



Réviser loi de probabilité et espérance avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon variable aléatoires ; entraîne-toi sur la fiche probabilités et variables aléatoires avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Variance, écart type et jeux de hasard : contrôle de maths en première
- Probabilités et variables aléatoires : contrôle de maths en première
- Probabilités conditionnelles : contrôle de maths en première