

Nombre dérivé et équation de tangente

Ce qu'évalue le contrôle : nombre dérivé et équation de tangente

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Dérivation (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Calculer le taux de variation d'une fonction entre a et $a + h$, puis sa limite quand h tend vers 0
- Lire graphiquement un nombre dérivé comme coefficient directeur d'une tangente
- Écrire l'équation réduite de la tangente à une courbe en un point
- Interpréter la tangente comme position limite des sécantes
- Utiliser une tangente pour modéliser une situation concrète

Avant de commencer

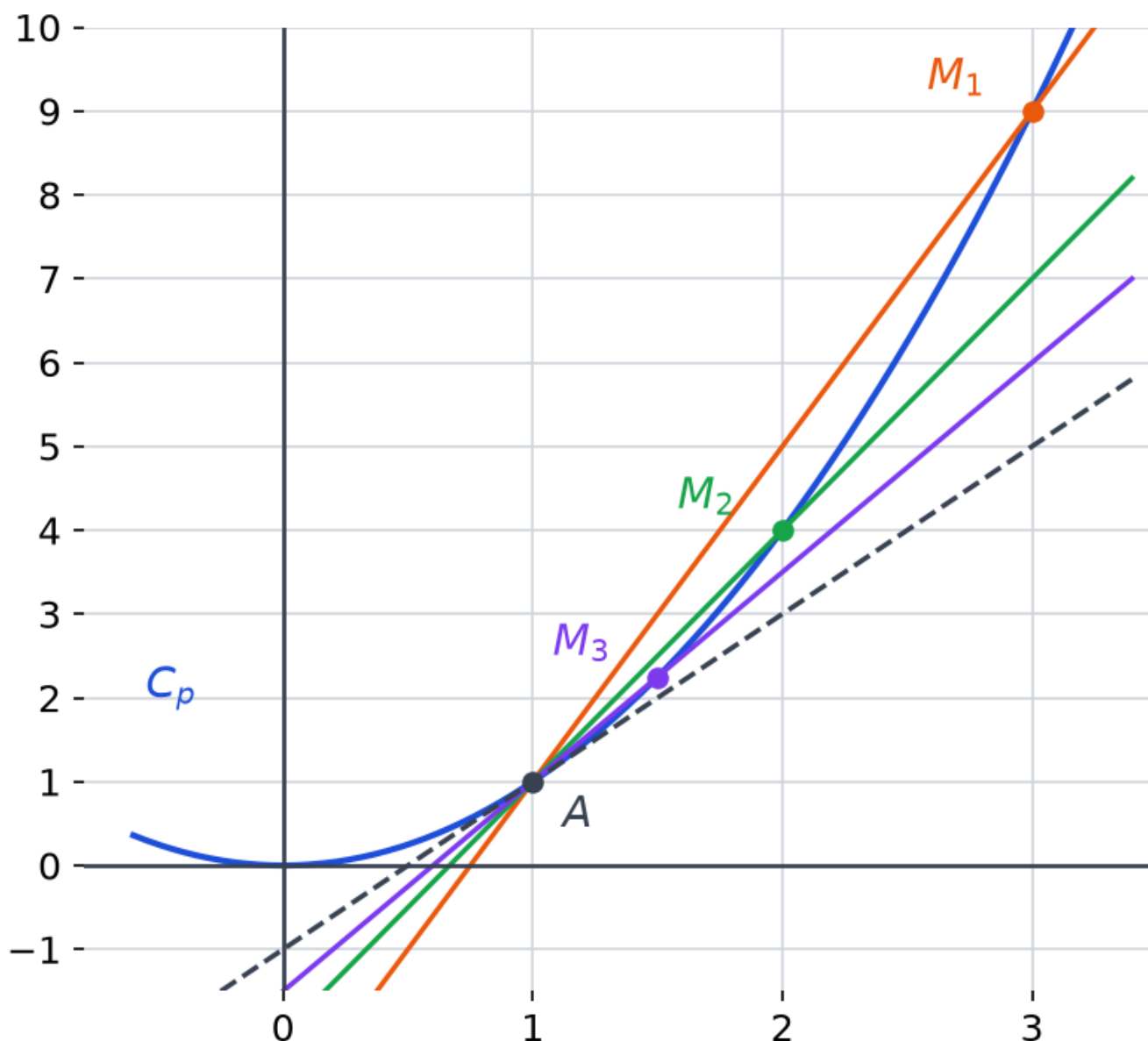
Dans chaque calcul de taux, écris d'abord $f(a+h)$ développé, puis soustrais $f(a)$ entre parenthèses. Ensuite, **factorise par h** avant de simplifier, car h est non nul. Sur le

graphique, choisis deux **nœuds du quadrillage** situés sur la tangente, et non sur la courbe. Enfin, vérifie chaque équation de tangente : le point de contact doit la **vérifier**.

Le sujet du contrôle : nombre dérivé et équation de tangente

Exercice 1 - Des sécantes à la tangente (3 points)

On note p la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = x^2$ et C_p sa courbe. Le point $A(1;1)$ est sur C_p . Pour un réel $h \neq 0$, on place alors le point M de C_p d'abscisse $1+h$. Ainsi, sur la figure, les points M_1 , M_2 et M_3 correspondent à $h = 2$, $h = 1$ et $h = 0,5$. La droite en pointillés est la tangente à C_p en A .



1. Calcule le coefficient directeur de chacune des droites (AM_1) , (AM_2) et (AM_3) . (1,5 point)
2. Montre que, pour tout $h \neq 0$, le coefficient directeur de (AM) vaut $2+h$. (1 point)
3. Déduis-en $p'(1)$, puis l'équation de la tangente en pointillés. (0,5 point)

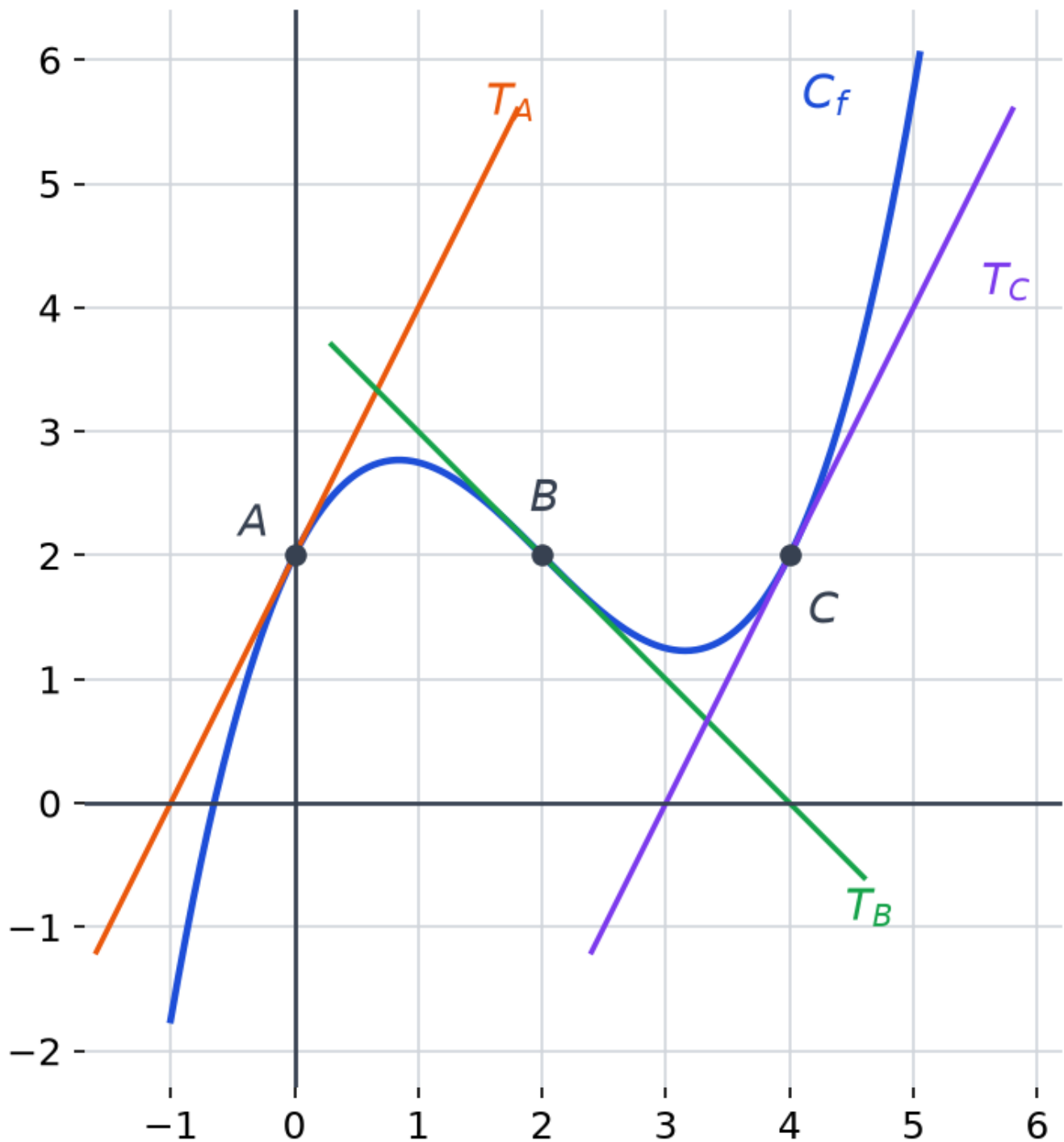
Exercice 2 - Taux de variation et limite (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Dans tout l'exercice, h désigne un réel non nul.

1. Calcule $f(2)$. (0,5 point)
2. Développe $f(2+h)$, puis montre que $f(2+h)-f(2)=h^2+h$. (1 point)
3. Exprime ensuite le taux de variation de f entre 2 et $2+h$. Donne sa limite quand h tend vers 0, puis conclus sur la dérivabilité de f en 2. (1 point)
4. On considère aussi la fonction cube $k(x)=x^3$. Sachant que $(1+h)^3=1+3h+3h^2+h^3$, démontre que k est dérivable en 1 et donne $k'(1)$. (1,5 point)

Exercice 3 - Trois tangentes à lire (5 points)

La courbe C_f d'une fonction f dérivable sur $[-1;5]$ est tracée ci-dessous. Elle passe notamment par les points A , B et C d'abscisses respectives 0, 2 et 4. De plus, les droites T_A , T_B et T_C sont les tangentes à C_f en ces points. Chaque tangente passe par au moins un autre nœud du quadrillage.



1. Lis d'abord $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$. (0,5 point)
2. Par lecture graphique, détermine $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(4)$. Explique ta méthode pour l'une des trois valeurs. (1,5 point)
3. Écris une équation de T_A , puis une équation de T_B . (1 point)
4. Les droites T_A et T_C sont-elles parallèles ? Justifie à l'aide des nombres dérivés. (1 point)

5. Le point $D(10;14)$ appartient-il à T_C ? Justifie par un calcul. (1 point)

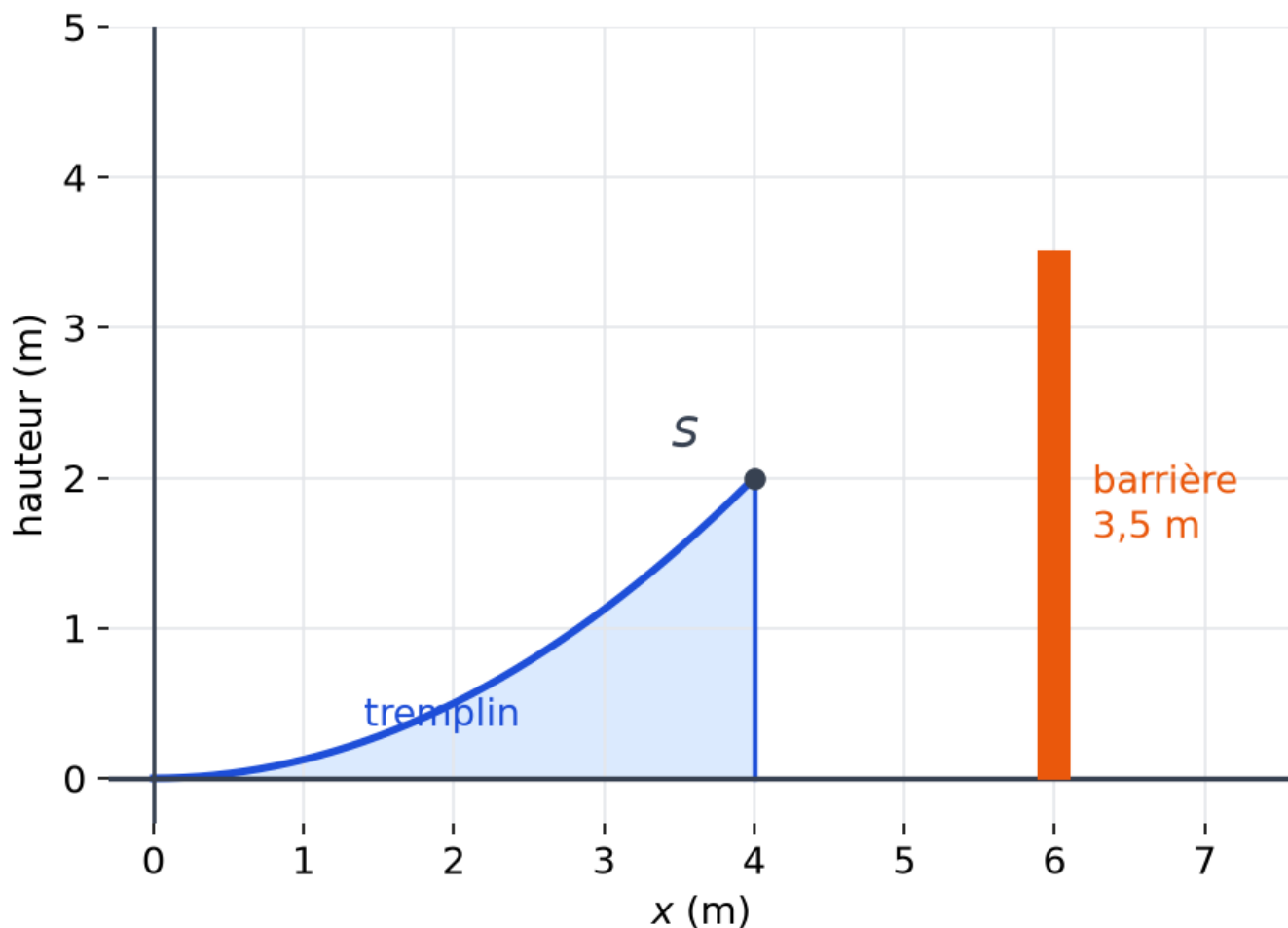
Exercice 4 - Tangente à l'hyperbole (4 points)

Soit g la fonction inverse, définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x}$, et A le point de sa courbe d'abscisse 2.

1. Montre que, pour tout réel h non nul avec $h > -2$, le taux de variation de g entre 2 et $2+h$ vaut $\frac{-1}{2(2+h)}$. (1,5 point)
2. Déduis-en $g'(2)$, puis une équation de la tangente T à la courbe en A . (1 point)
3. La droite T coupe l'axe des abscisses en P et l'axe des ordonnées en Q . Détermine alors les coordonnées de ces deux points. (1 point)
4. Calcule enfin l'aire du triangle OPQ , où O est l'origine du repère orthonormé. (0,5 point)

Exercice 5 - Le tremplin de Yanis (4 points)

Yanis construit un tremplin pour son vélo de BMX. Vu de profil, dans un repère dont l'unité est le mètre, le tremplin est la courbe de la fonction t définie sur $[0;4]$ par $t(x) = \frac{x^2}{8}$. Le vélo quitte le tremplin au sommet S , d'abscisse 4. On admet que, juste après le saut, le vélo suit la tangente à la courbe en S . Or, une barrière de 3,5 m de haut se dresse à l'abscisse 6.



1. Calcule la hauteur du sommet S . (0,5 point)
2. À l'aide du taux de variation entre 4 et $4+h$, montre que $t'(4)=1$. (1,5 point)
3. Donne alors une équation de la tangente à la courbe en S . (1 point)
4. Avec ce modèle, le vélo passe-t-il au-dessus de la barrière ? Si oui, avec quelle marge ? (1 point)



Réviser nombre dérivé et équation de tangente avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon dérivée d'une fonction ; entraîne-toi sur la fiche dérivée avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Dérivées et approximation affine : contrôle de maths en première
- Second degré et dérivation : contrôle de maths en première
- Suites arithmétiques et géométriques : contrôle de maths en première