Parallélogramme

I Définitions et vocabulaire :

1. Rappels :

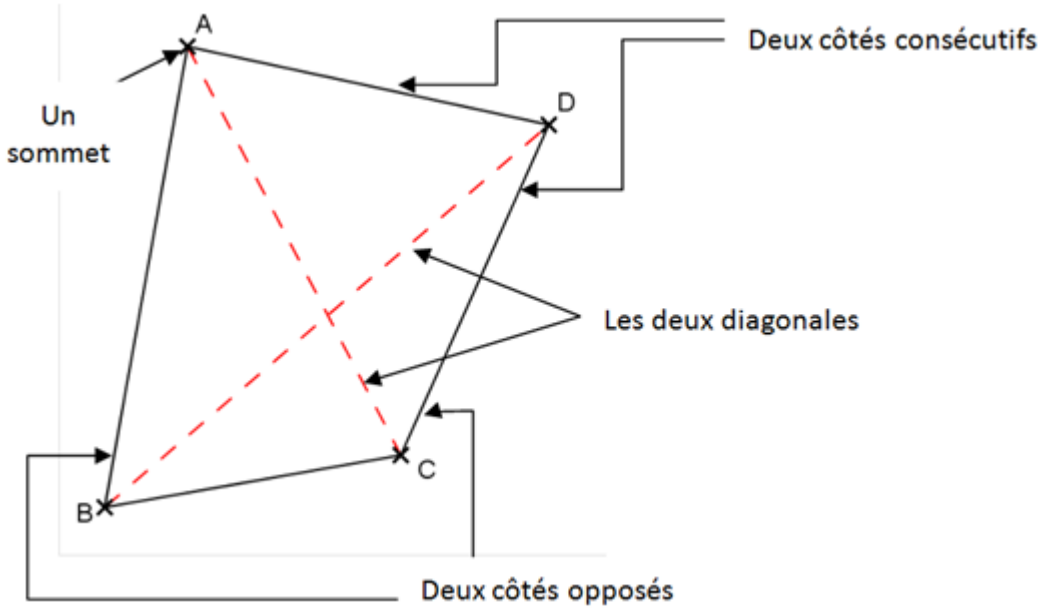
Définition :

Un quadrilatère est une figure géométrique qui possède 4 côtés. Les points A,B,C et D sont appelés les **sommets du quadrilatère**.

Les côtés qui sont en face l'un de l'autre s'appellent les **côtés opposés**.

Les côtés qui se suivent (un sommet en commun) sont appelés les **côtés consécutifs**.

Les segments qui relient deux sommets opposés sont appelés **les diagonales du quadrilatère**.



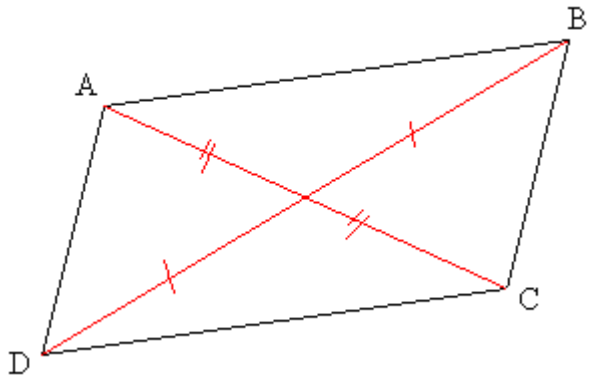
Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

II. Le parallélogramme et ses propriétés :

1.Définition et vocabulaire :

Définition :

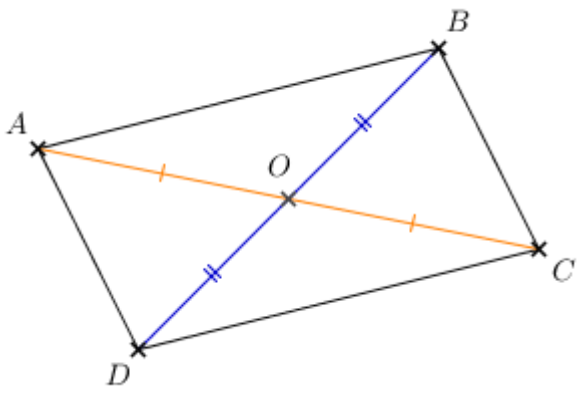
> Un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses diagonales qui se coupent en leur milieu.



2.Les propriétés du parallélogramme :

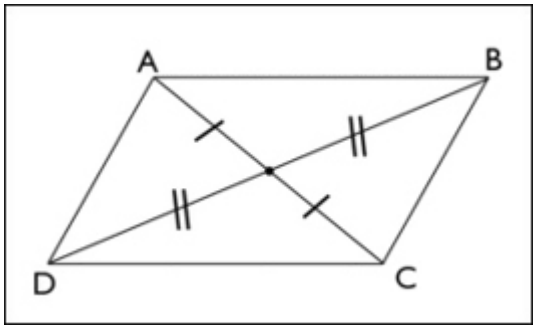
Propriété : centre de symétrie.

> Le point O qui est l'intersection des diagonales est le centre de symétrie du parallélogramme.



Propriété : côtés parallèles.

Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles deux à deux.Nous avons (AB)//(DC) et (AD)//(BC).



Preuve :

Nous savons que le point O est le centre de symétrie du parallélogramme.

Or, la symétrie centrale transforme une droite en une droite qui lui est parallèle.

Les droites (AB) et (CD) sont symétriques (de même pour (AD) et (BC)),

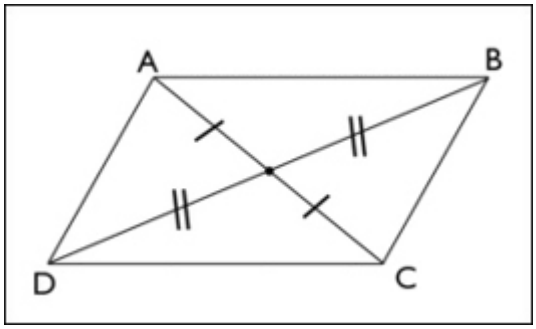
on en déduit que (AB)//(DC) et (AD)//(BC).

Propriété : côtés opposés de même longueur.

Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.Nous avons AB=DC et

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

AD=BC.



Preuve :

Dans un parallélogramme, le point d'intersection O des diagonales est son centre de symétrie.

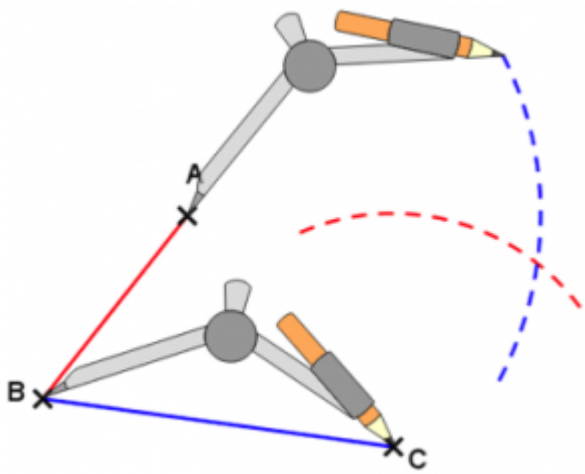
Or, la symétrie centrale conserve la longueur des segments.

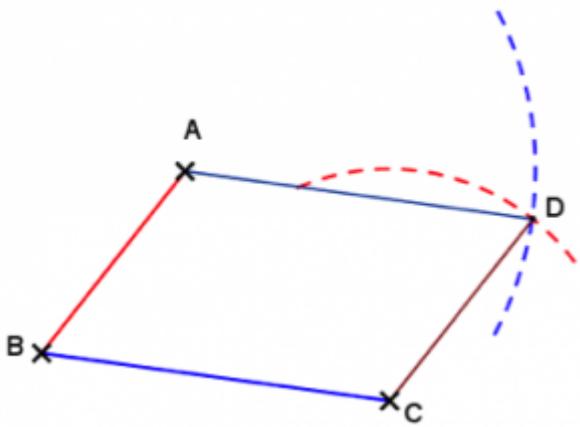
Les segments [AB] et [DC] sont symétriques par rapport à O (de même pour [AD] et [BC]).

On en déduit que AB=DC et AD=BC.

Méthode de construction :

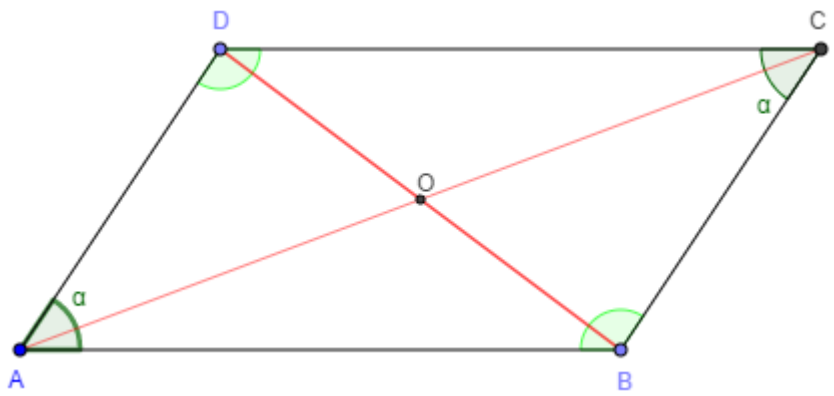
Nous utilisons la propriété précédente pour construire un parallélogramme à la règle et au compas.





Propriété : les angles opposés.

Dans un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure.Nous avons : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$.



Preuve :

Le point O d'intersection des diagonales est le centre de symétrie du parallélogramme.

Or, la symétrie centrale conserve la mesure des angles.

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont symétriques par rapport au point O (de même pour les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BCD}$).

On en déduit que $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$.

III. Les parallélogrammes particuliers :

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

LES PARALLELOGRAMMES PARTICULIERS

Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers. Ils ont donc toutes les propriétés du parallélogramme.

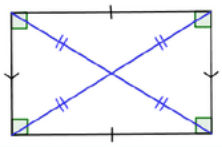
LE RECTANGLE

Définition : un rectangle est un quadrilatère qui a **quatre angles droits**.

Propriétés :

Si un quadrilatère est un rectangle alors :

- ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux.
- **ses diagonales** se coupent en leur milieu et **sont de même longueur**.



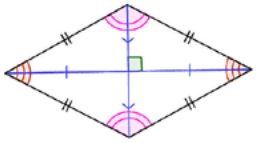
LE LOSANGE

Définition : un losange est un quadrilatère qui a ses **quatre côtés de même longueur**.

Propriétés :

Si un quadrilatère est un losange alors :

- ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- ses angles opposés sont de même mesure.
- **ses diagonales** se coupent en leur milieu et **sont perpendiculaires**.



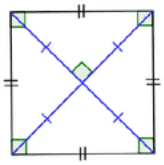
LE CARRE

Définition : un carré est un quadrilatère qui a **quatre angles droits et quatre côtés de même longueur**. Il est à la fois un rectangle et un losange.

Propriétés :

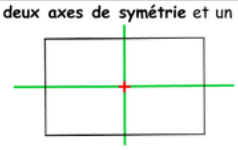
Si un quadrilatère est un carré alors :

- ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- **ses diagonales** se coupent en leur milieu, elles **sont de même longueur et perpendiculaires**.

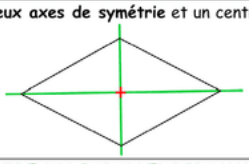


CENTRE ET AXES DE SYMETRIE DU RECTANGLE, DU LOSANGE, DU CARRE

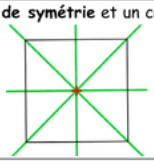
Le rectangle a **deux axes de symétrie** et un centre de symétrie.



Le losange a **deux axes de symétrie** et un centre de symétrie.



Le carré a **quatre axes de symétrie** et un centre de symétrie.



COMMENT RECONNAITRE UN PARALLELOGRAMME PARTICULIER

Avant de reconnaitre un parallélogramme particulier, il faut déjà reconnaitre un parallélogramme.

Propriétés :

Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle

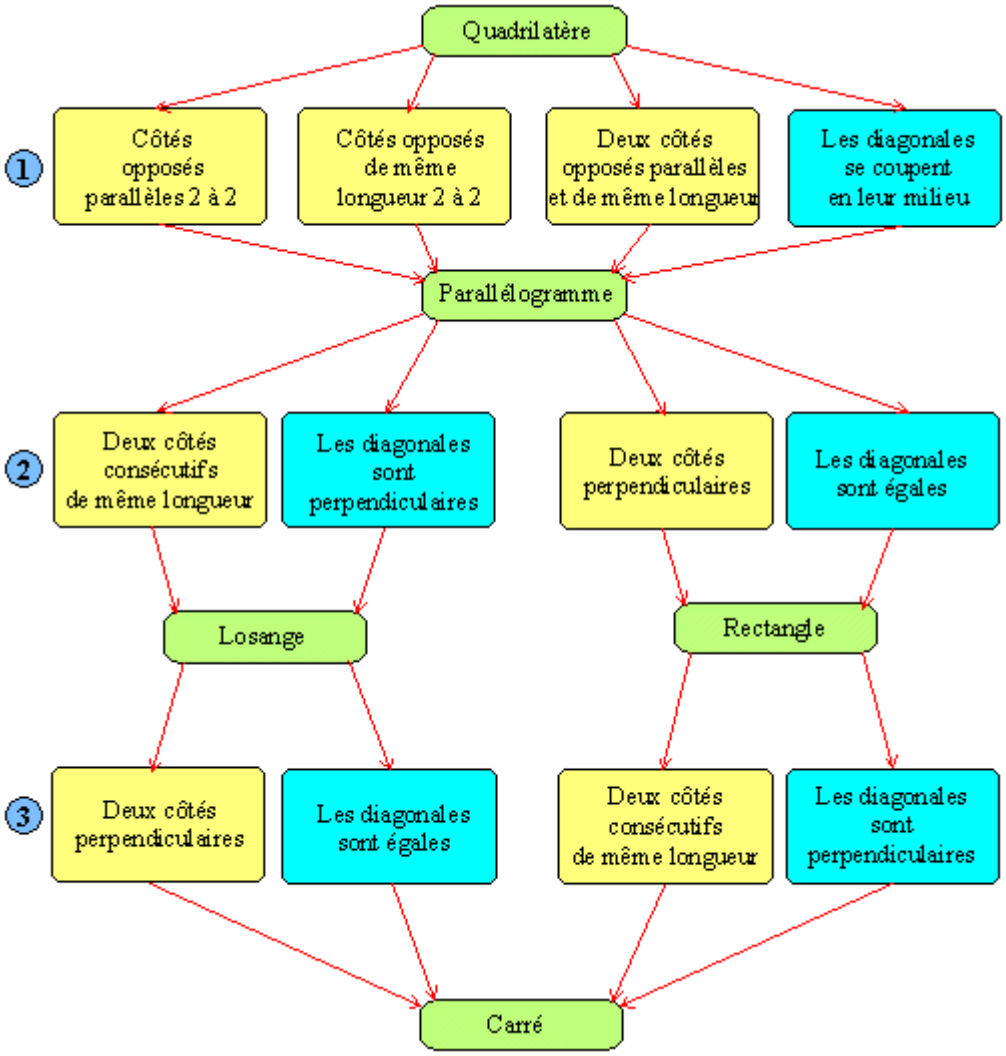
Propriétés :

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Pour reconnaitre un carré, il faut reconnaitre un rectangle et un losange.

Synthèse :



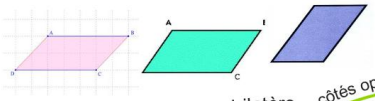
IV. Carte mentale sur les parallélogrammes :

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

Le parallélogramme

définition

un quadrilatère



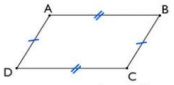
côtés opposés parallèles deux à deux

(AB) // (DC) et (AD) // (BC)

propriété 1

SI un quadrilatère est un parallélogramme

ALORS



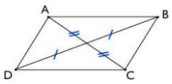
ses côtés opposés ont la même longueur

AB = DC et AD = BC

propriété 2

SI un quadrilatère est un parallélogramme

ALORS

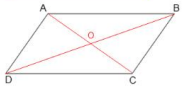


ses diagonales se coupent en leur milieu

propriété 3

SI un quadrilatère est un parallélogramme

ALORS



Il possède un centre de symétrie

O est le centre de symétrie
point d'intersection des diagonales

propriété 4

SI un quadrilatère est un parallélogramme

ALORS

ses angles opposés ont la même mesure

DAB = BCD et ABC = ADC

propriété 5

SI un quadrilatère est un parallélogramme

ALORS

deux angles consécutifs sont supplémentaires

DAB + ABC = 180°
et BCD + CDA = 180°

rectangle ou parallélogramme ?
1- vérifie les **angles**
2- mesure les **diagonales**