



Périmètres et aires de figures

Le périmètre d'un objet bidimensionnel est la longueur totale de la frontière qui entoure l'objet. En d'autres termes, il s'agit de la distance autour de l'extérieur de l'objet.

I. Comparer et mesurer des périmètres :

Définition :

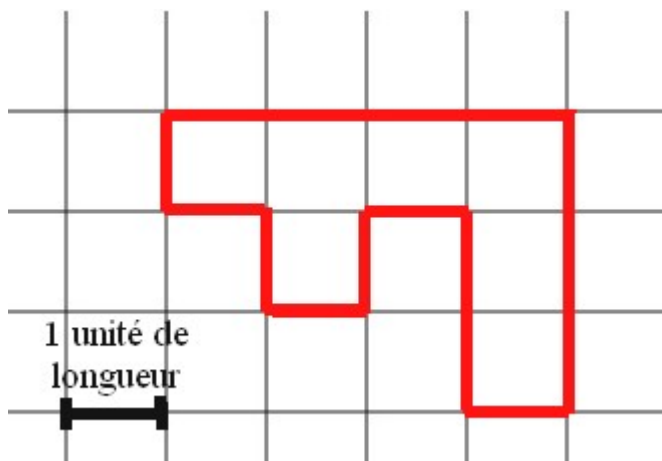
Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour. Il s'exprime à l'aide d'une unité de longueur.

Exemple :

Le périmètre de la figure ci-dessous, exprimé en unité de longueur, est :

$$P = 4 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 16 u.$$

Le périmètre est de 16 unités de longueur.

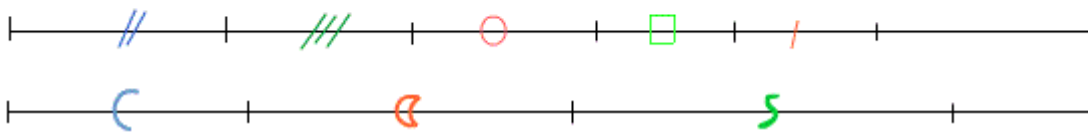
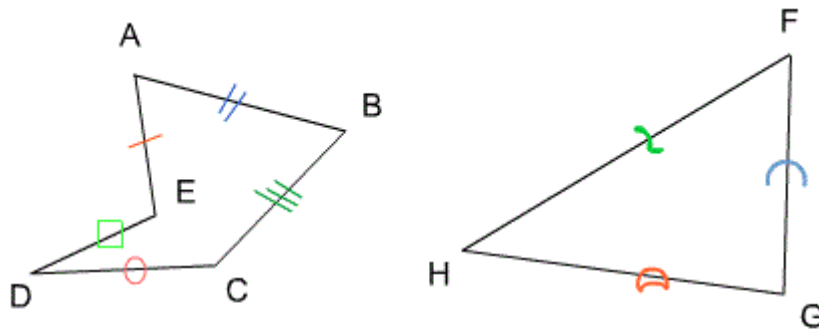


Méthode :

Pour comparer les périmètres de deux polygones, nous pouvons reporter, au compas, les longueurs des côtés de ces polygones sur une droite.

Exemple :

Parmi ces deux polygones, quel est celui qui possède le plus grand périmètre?



En observant les reports effectués au compas, nous en concluons que le triangle est celui qui possède le plus grand périmètre.

Tableau de conversion :

km kilomètre	hm hectomètre	dam décamètre	m mètre	dm décimètre	cm centimètre	mm millimètre

Exemple :

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$$

$$354 \text{ dm} = 3,54 \text{ dam}$$

$$24 \text{ mm} = 0,000\,24 \text{ hm}$$

II. Périmètre d'un polygone :

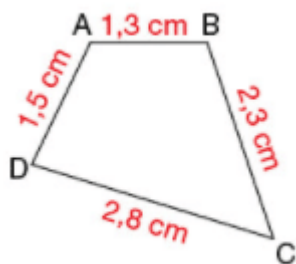
1. Point de vue général :

Propriété :

Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs de toutes ses côtés.

Exemple :

Calculer le périmètre du polygone en centimètres.



$$P = 1,5 + 1,3 + 2,3 + 2,8 = 7,9 \text{ cm}$$

2. Périmètre d'un carré :

Propriété :

Soit un carré de côté c , son périmètre est donné par la formule $P = 4 \times c$.

3. Périmètre d'un rectangle :

Propriété :

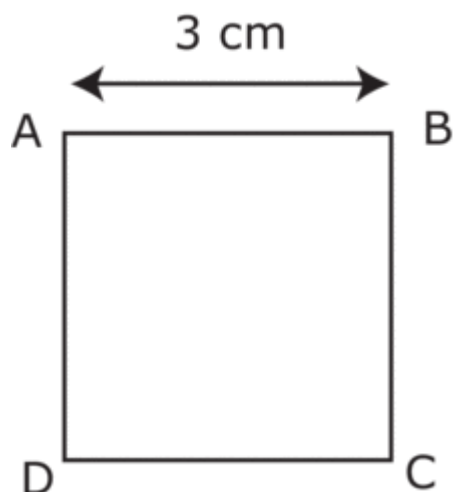
Soit un rectangle de largeur l et de longueur L . Son périmètre est $P = 2 \times L + 2 \times l$ ou $P = 2 \times (L + l)$.

Exemples :

Calculer le périmètre du carré puis, celui du rectangle.

Les résultats seront exprimés en centimètres.

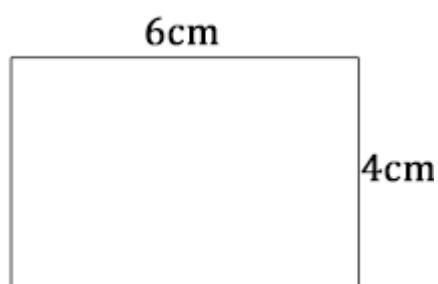
$$P_{\text{carre}} = 4 \times c = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}$$



$$P_{\text{rectangle}} = 2 \times L + 2 \times l = 2 \times 6 + 2 \times 4 = 12 + 8 = 20 \text{ cm.}$$

Remarque :

la multiplication est **prioritaire** devant l'addition.



4. Périmètre d'un cercle :

Propriété :

Soit $(\varphi,)$ un cercle de rayon R son **périmètre** est donné par la formule suivant :

$$P = 2 \times \pi \times R$$

avec $\pi \approx 3,14$.

Remarque :

La lettre π est une lettre de l'alphabet grec et elle se lit **pi**.

LE NOMBRE PI

Le nombre pi est un nombre décimal et irrationnel.

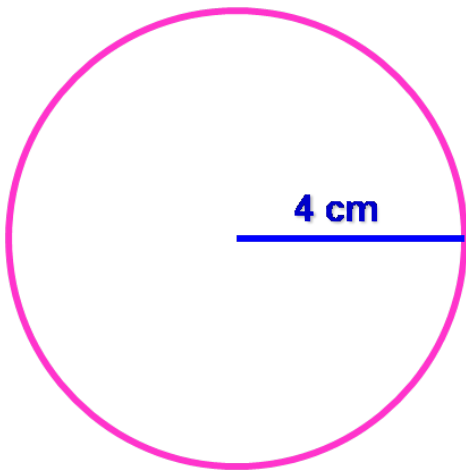
En latin, « ratio » signifie *compter*. Cela veut dire qu'un nombre irrationnel est *un nombre que l'on ne peut pas compter et infini*.

Les premiers nombres sont :

3,1415926535897932384626433832795
0288419716939937510582

Exemple :

Calculer le périmètre du cercle suivant, le résultat sera arrondi à l'unité.



$$P = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 4 = 8 \times \pi \approx 25 \text{ cm}$$

III. Aires de figures géométriques :

1. Unités d'aires de figures géométriques :

Définition :


L'aire d'une figure géométrique est la mesure de la surface intérieure, dans une unité donnée.

Attention :

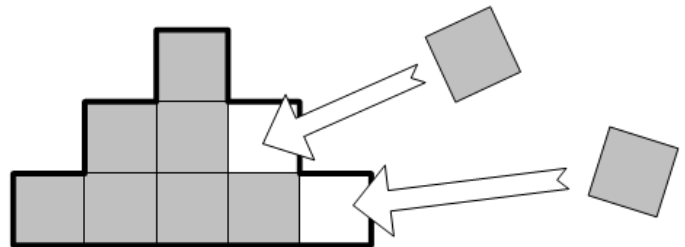
Deux figures ayant la même aire n'ont pas forcément le même périmètre.

La réciproque est fausse aussi.

Exemple :

Chaque petit carré  mesure 1 cm de côté.

On dit que son aire est 1 cm carré (noté 1 cm²).
La figure est composée de 9 carrés de ce type, on dit que son aire est 9 cm².



Remarque :

- Une aire s'exprime en « **unités de longueur - carré** » (m², cm², km²...)
- L'aire d'une figure géométrique est aussi appelée **surface** ou **superficie**.
- L'unité principale de mesure d'une aire est le **mètre carré** (m²).

Pour mesurer un terrain, on utilise :

L'**are** : 1 are = 1 a = 1 dam² = 100 m²

L'**hectare** : 1 hectare = 1 ha = 1 hm² = 100 dam² = 10 000 m² = 100 ares

2. Tableau de conversion des aires :

Tableau de mesures d'aires

Multiples de l'unité				Unité		Sous-multiples de l'unité							
km ²		hm ²		dam ²		m ²		dm ²		cm ²		mm ²	
					1	5	8	9	3				
									0	9	5	4	
	1	6	7	3									

Exemple :

Convertir les aires.

$$15\,896 \text{ dm}^2 = 158,93 \text{ m}^2 = 1,5893 \text{ dam}^2$$

$$95,4 \text{ cm}^2 = 0,954 \text{ dm}^2$$

$$1,673 \text{ km}^2 = 167,3 \text{ hm}^2 = 16\,730 \text{ dam}^2$$

3. Aire d'un carré :

Propriété :

Soit un carré de côté c , son aire est donné par la formule $A = c \times c = c^2$.

Remarque :

c^2 se lit **c au carré** ($5^2 = 5 \times 5 = 25$; $7^2 = 7 \times 7 = 49$).

4. Aire d'un rectangle :

Propriété :

Soit un rectangle de largeur l et de longueur L .

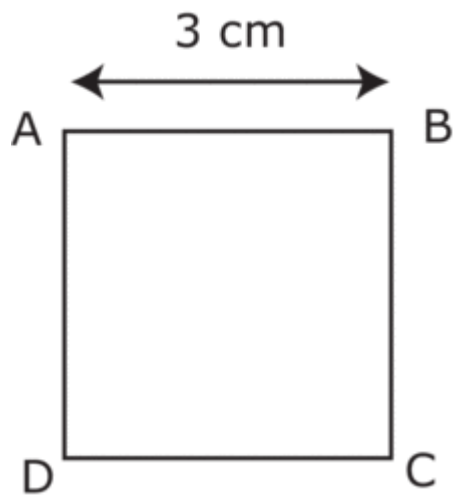
Son aire est $A = L \times l$.

Exemples :

Calculer l'aire du carré puis, celui du rectangle.

Les résultats seront exprimés en cm^2 .

$$A_{\text{carré}} = c \times c = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$



$$P_{\text{rectangle}} = L \times l = 4 \times 6 = 24 \text{ cm}^2.$$

