

Primitives de fonctions usuelles

Ce qu'évalue le contrôle : primitives de fonctions usuelles

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **1 heure 30 minutes**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Primitives et équations différentielles (6 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Vérifier par dérivation qu'une fonction est une primitive d'une autre
- Déterminer les primitives des fonctions usuelles, y compris sinus et cosinus
- Reconnaître les formes composées $u^e u$, u'/u , $u'u^n$ et $u'/\sqrt{u}$ pour en trouver une primitive
- Trouver la primitive qui vérifie une condition initiale donnée
- Identifier graphiquement la courbe d'une primitive à partir du signe de la fonction

Avant de commencer

Garde en tête un réflexe simple : **dériver ta réponse** doit redonner exactement la fonction de départ. Dans l'exercice 3, repère d'abord la fonction u , puis vérifie si u' apparaît ; sinon, ajuste avec un **coefficient constant**. Pour l'exercice 5, en revanche, aucun calcul n'est utile : le signe de f donne les variations de sa primitive. Enfin, n'oublie pas la constante quand on te

demande toutes les primitives.

Le sujet du contrôle : primitives de fonctions usuelles

Exercice 1 - Vérifier une primitive (3 points)

Dans chaque cas, dérive d'abord F , puis montre ainsi que F est une primitive de f sur l'intervalle indiqué.

1. Sur $\mathbb{R}$: $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$ et $f(x) = x^2e^x$. (1,5 point)
2. Sur $]0; +\infty[$: $F(x) = x \ln x - x$ et $f(x) = \ln x$. (1,5 point)

Exercice 2 - Primitives des fonctions de référence (4 points)

Donne une primitive de chacune des fonctions suivantes sur l'intervalle indiqué, car chacune se traite avec le tableau des primitives usuelles.

1. $f_1(x) = 4x^3 - 6x + 2$ sur $\mathbb{R}$ (1 point)
2. $f_2(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$ (1 point)
3. $f_3(x) = 5e^x - \frac{1}{2}\sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$ (1 point)
4. $f_4(x) = \cos x - 2\sin x$ sur $\mathbb{R}$ (1 point)

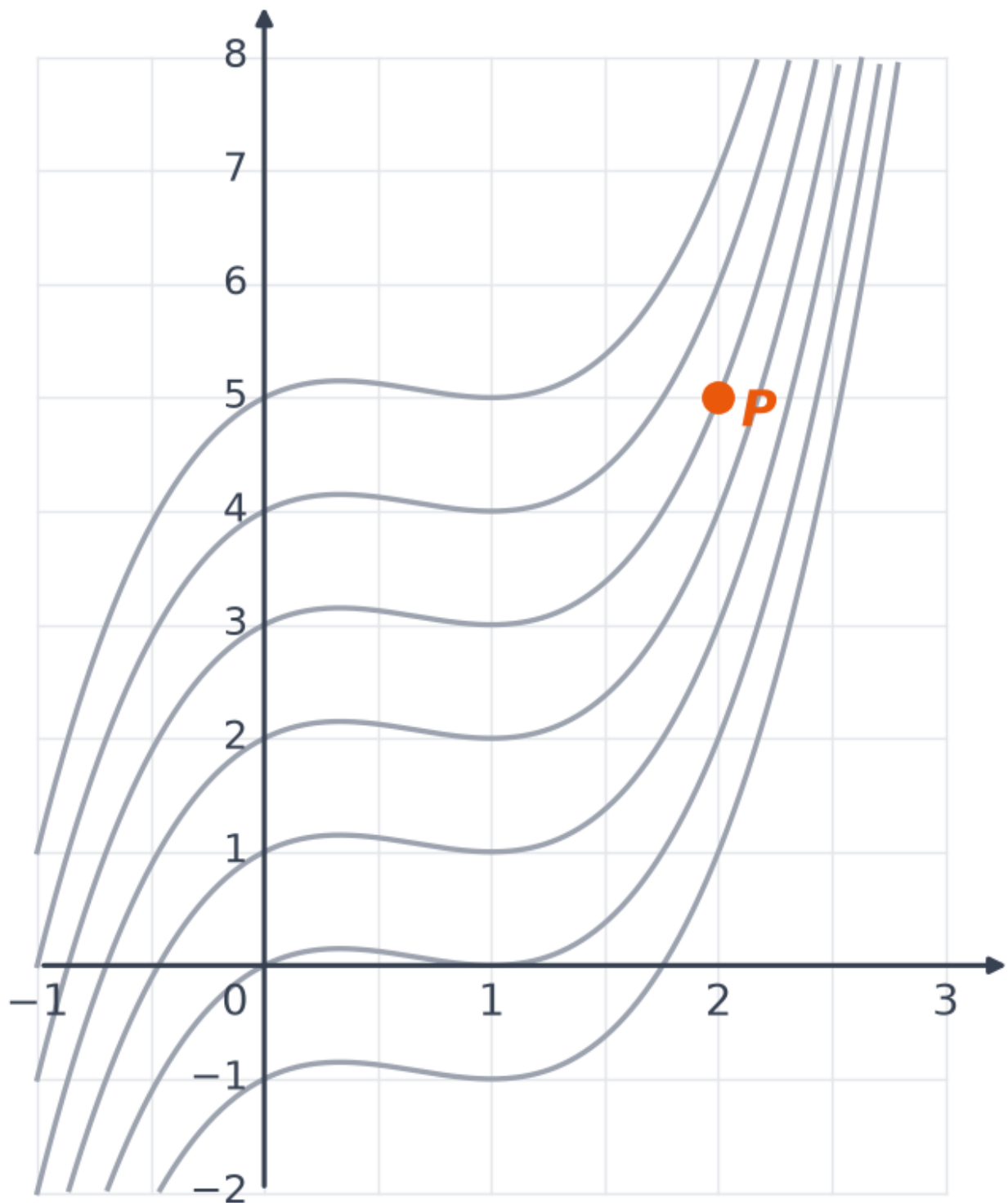
Exercice 3 - Reconnaître une forme composée (5 points)

Pour chaque fonction, repère d'abord la forme composée, puis donne une primitive sur $\mathbb{R}$.

1. $g_1(x) = 2xe^{x^2}$ (1 point)
2. $g_2(x) = \frac{3}{2}xx^2 + 4$ (1 point)
3. $g_3(x) = (2x+1)(x^2+x)^3$ (1 point)
4. $g_4(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$ (1 point)
5. $g_5(x) = e^{-3x+1}$ (1 point)

Exercice 4 - Une primitive qui passe par un point (3 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$. Le graphique ci-dessous montre plusieurs courbes de primitives de f , ainsi que le point $P(2;5)$.

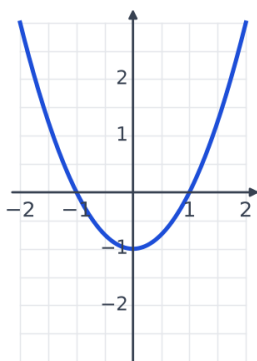


1. Tout d'abord, détermine toutes les primitives de f sur $\mathbb{R}$. (1 point)
2. Trouve ensuite la primitive F de f telle que $F(2) = 5$. (1 point)

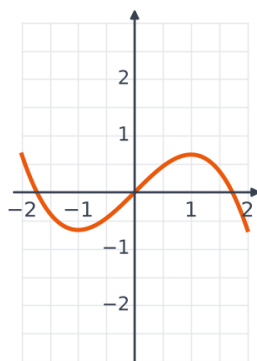
3. Explique pourquoi les courbes se déduisent les unes des autres par une translation verticale, puis pourquoi une seule d'entre elles passe par P . (1 point)

Exercice 5 - Quelle courbe pour la primitive ? (2 points)

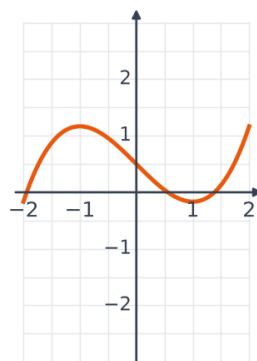
On donne la courbe d'une fonction f définie sur $[-2;2]$, qui s'annule en -1 et en 1 , ainsi que trois courbes A, B et C. Cependant, une seule de ces trois courbes représente une primitive de f .



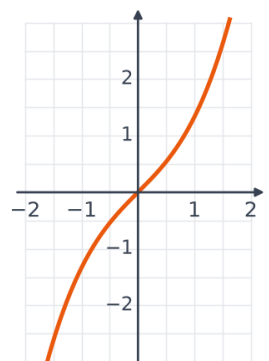
courbe de f



courbe A



courbe B



courbe C

1. Donne le signe de $f(x)$ sur $[-2;2]$ d'après sa courbe. (0,5 point)
2. Dédus-en la courbe qui représente une primitive de f . Justifie aussi pourquoi les deux autres ne conviennent pas. (1,5 point)

Exercice 6 - L'altitude d'un drone (3 points)

Yanis pilote un drone qui décolle du toit d'un immeuble, à 10 mètres du sol. Pendant les quatre premières secondes, sa vitesse verticale, en mètres par seconde, vaut $v(t) = 3t^2 - 12t + 12$, où $t \in [0;4]$ est le temps en secondes. Ainsi, son altitude $h(t)$, en mètres, est la primitive de v qui vérifie $h(0) = 10$.

1. D'abord, détermine l'expression de $h(t)$. (1 point)

2. Calcule l'altitude du drone après 2 secondes, puis après 4 secondes. (1 point)
3. Montre que $v(t) = 3(t-2)^2$. Alors, le drone redescend-il à un moment ? Que se passe-t-il à $t = 2$? (1 point)



Réviser primitives de fonctions usuelles avant le contrôle

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Équations différentielles : contrôle de maths en terminale
- Primitives et calcul intégral : contrôle de maths en terminale
- Dérivées de sinus et cosinus : contrôle de maths en terminale