

Probabilités conditionnelles

Ce qu'évalue le contrôle : probabilités conditionnelles

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Probabilités conditionnelles (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Décrire une intersection, une réunion et un complémentaire, puis calculer leurs probabilités
- Calculer une probabilité conditionnelle à partir d'un tableau croisé d'effectifs
- Compléter un arbre pondéré et calculer la probabilité d'une intersection
- Appliquer la formule des probabilités totales pour obtenir la probabilité d'un événement
- Inverser un conditionnement pour répondre à une question posée dans un contexte

Avant de commencer

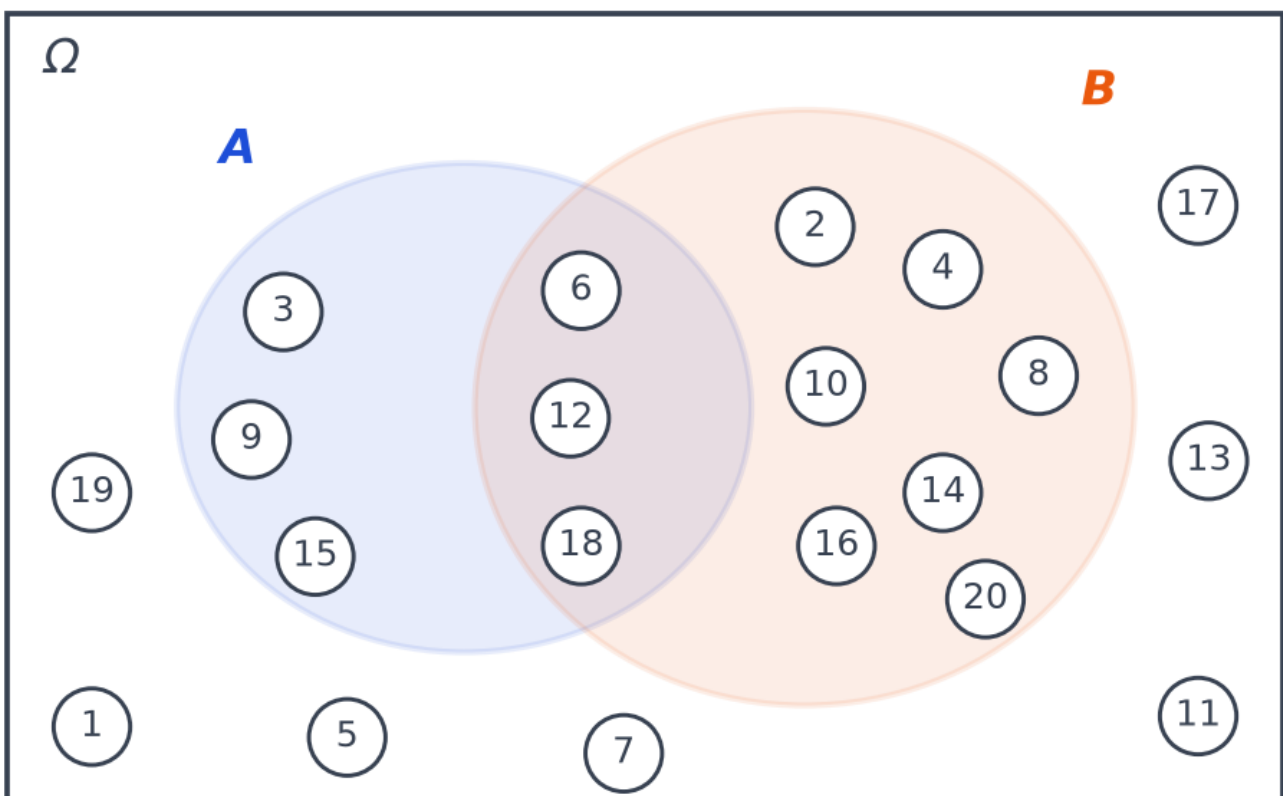
Avant chaque calcul, écris la probabilité cherchée avec la bonne notation, car $P_A(B)$ et $P(A \cap B)$ ne désignent pas la même chose. Dans un tableau, repère d'abord la **ligne ou la colonne de référence** : c'est elle qui donne le dénominateur. Sur un arbre, vérifie ensuite que les branches issues d'un même nœud ont une **somme égale à 1**. Enfin, garde les valeurs

exactes jusqu'au bout et n'arrondis qu'à la dernière étape.

Le sujet du contrôle : probabilités conditionnelles

Exercice 1 - Vingt boules numérotées (3 points)

Une urne contient vingt boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard. On note A l'événement « le numéro est un multiple de 3 » et B l'événement « le numéro est pair ». Le diagramme ci-dessous range ainsi les vingt boules dans l'univers Ω .



1. Écris en extension l'événement $A \cap B$, puis donne le nombre de boules de $A \cup B$. (1 point)
2. Décris d'abord par une phrase l'événement $\overline{A}$, puis calcule sa probabilité. (0,5 point)
3. Donne $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$. Vérifie alors la valeur de $P(A \cup B)$ avec la formule

qui relie ces quatre probabilités. (1 point)

4. Sachant que le numéro tiré est pair, quelle est la probabilité qu'il soit un multiple de 3 ? (0,5 point)

Exercice 2 - Vrai ou faux justifié (3 points)

Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie ta réponse. Quand une affirmation est fausse, un contre-exemple suffit. Dans tout l'exercice, A et B sont deux événements de probabilités non nulles.

1. Si $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,1$, alors $P_B(A) = 0,25$. (0,75 point)
2. Pour tous événements A et B , on a toujours $P_A(B) = P_B(A)$. (0,75 point)
3. On a toujours $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$. (0,75 point)
4. Pour tous événements A et B , l'égalité $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ est vraie. (0,75 point)

Exercice 3 - Les spectateurs du festival (4 points)

Un festival de musique interroge 400 spectateurs sur leur âge et sur leur moyen de transport. Voici donc le tableau incomplet des réponses.

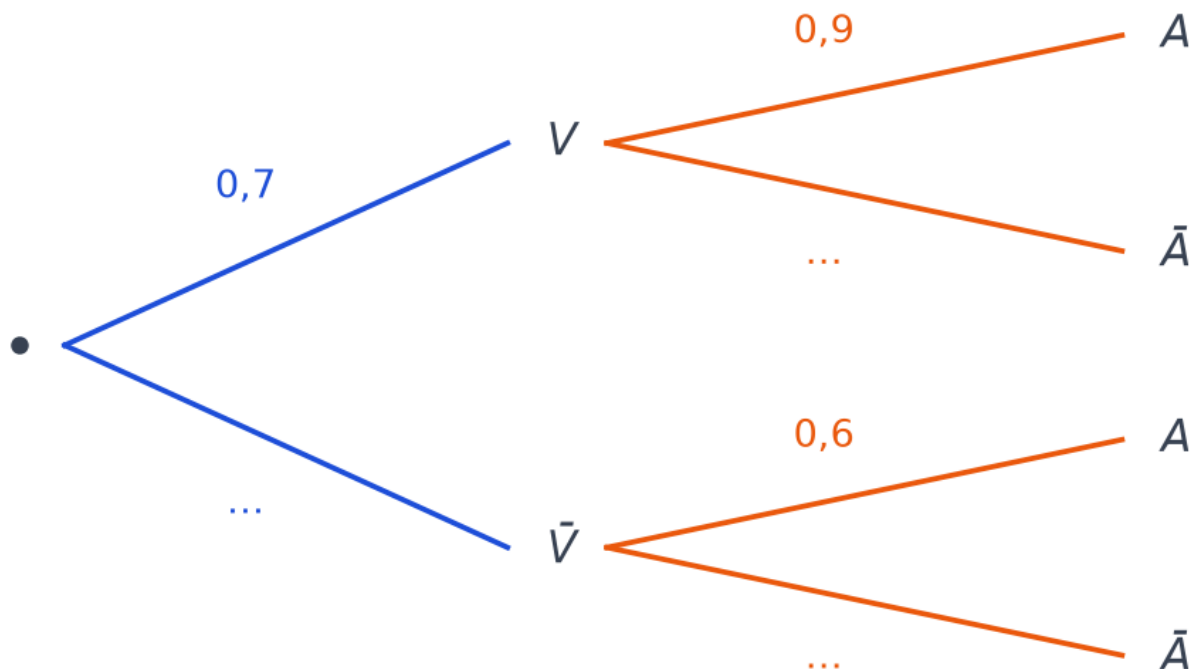
	Venus en train	Venus en voiture	Total
Moins de 25 ans	120	40	...
25 ans ou plus	90	...	...
Total	...	...	400

On choisit un spectateur au hasard parmi les 400. On note J l'événement « le spectateur a moins de 25 ans » et T l'événement « le spectateur est venu en train ».

1. Recopie le tableau, puis complète-le. (1 point)
2. Calcule d'abord $P(J)$, puis $P(J \cap T)$. (1 point)
3. Détermine ensuite la probabilité qu'un spectateur de moins de 25 ans soit venu en train. (1 point)
4. Calcule ensuite $P_T(J)$, arrondie au millième. Explique pourquoi ce résultat diffère de celui de la question 3. (1 point)

Exercice 4 - Le trajet de Soraya (5 points)

Chaque matin, Soraya va au lycée à vélo avec une probabilité de 0,7 ; sinon, elle prend le bus. Quand elle vient à vélo, elle arrive en avance avec une probabilité de 0,9. En revanche, quand elle prend le bus, cette probabilité n'est que de 0,6. On choisit un matin au hasard et on note V l'événement « Soraya vient à vélo » et A l'événement « Soraya arrive en avance ».



1. Recopie l'arbre pondéré, puis complète les trois probabilités manquantes. (1 point)
2. Calcule $P(V \cap A)$, puis traduis ce résultat par une phrase. (1 point)

3. Montre que $P(A) = 0,81$ en citant la formule utilisée. (1,5 point)
4. Un matin, Soraya est arrivée en avance. Quelle est la probabilité qu'elle soit venue à vélo ? Donne la valeur exacte, puis l'arrondi au millième. (1 point)
5. Un autre matin, elle n'est pas arrivée en avance. Détermine alors la probabilité qu'elle ait pris le bus, arrondie au millième. (0,5 point)

Exercice 5 - Les retards à la médiathèque (5 points)

Dans une médiathèque, 35 % des emprunts sont des bandes dessinées. Parmi les emprunts de bandes dessinées, 60 % sont rendus en retard. De plus, sur l'ensemble des emprunts, 30 % sont rendus en retard. On choisit un emprunt au hasard et on note B l'événement « l'emprunt est une bande dessinée » et R l'événement « l'emprunt est rendu en retard ». On pose enfin $x = P_{\overline{B}}(R)$.

1. Traduis les données de l'énoncé par des probabilités, puis construis un arbre pondéré qui fait apparaître x . (1 point)
2. Calcule alors $P(B \cap R)$. (0,5 point)
3. Avec la formule des probabilités totales, montre que $0,65x = 0,09$. Déduis-en la valeur exacte de x , puis son arrondi au millième. (1,5 point)
4. Calcule $P_R(B)$, puis interprète ce nombre dans le contexte. (1 point)
5. La responsable décide d'envoyer un rappel par SMS pour un type de document seulement quand plus d'un emprunt sur quatre de ce type est rendu en retard. Faut-il donc envoyer un rappel pour les bandes dessinées ? Et pour les autres documents ? Justifie. (1 point)



Réviser probabilités conditionnelles avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon probabilités conditionnelles et indépendance avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Indépendance et répétition d'épreuves : contrôle de maths en première
- Probabilités et variables aléatoires : contrôle de maths en première
- Équations de droites et vecteur normal : contrôle de maths en première