



# Probabilités

## I. Probabilité sur un ensemble fini

### 1. Expérience aléatoire

Définition :

Une expérience est dite aléatoire lorsqu'elle a plusieurs issues ( ou résultats) possibles et que l'on ne peut ni prévoir, ni calculer laquelle de ces issues sera réalisée. On dit que l'ensemble  $E = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  des issues possibles est l'univers de cette expérience aléatoire.

Exemple :

On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on lit le numéro porté par la face supérieure.

L'univers est  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , il possède 6 issues.

### 2. Modélisation d'une expérience aléatoire

Définition :

Modéliser une **expérience aléatoire**, c'est associer à chaque issue  $x_i$ , un nombre  $p_i$  appelé probabilité de  $x_i$ , tel que : Pour tout nombre entier  $i$  avec  $1 \leq i \leq n$ ,  $0 \leq p_i \leq 1$  et  $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$ .

### 3. Modèle d'équiprobabilité

Définition et probabilité :

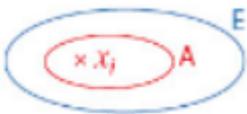
Lorsque, dans une expérience aléatoire, toutes les issues ont la même probabilité  $p$  de se réaliser, on dit qu'il y a **équiprobabilité**. Si cette expérience aléatoire possède  $n$  issues alors  $p = \frac{1}{n}$ .

## II. Probabilité d'un événement

### 1. Notion d'événement

Définition :

Un **événement**  $A$  est un sous ensemble ( ou une partie) de l'univers  $E$  d'une expérience aléatoire. On note  $A \subset E$ .



Vocabulaire :

- Dire qu'une issue  $x_i$  de  $E$  **réalise** l'événement  $A$  signifie que  $x_i$  est un élément de  $A$ .
- On note  $x_i \in A$  et on lit  $x$  appartient à  $A$ .
- Une partie  $\{x_i\}$  qui ne contient qu'une issue est appelée **événement élémentaire**.
- L'ensemble vide  $\emptyset$  est appelé **événement impossible** : aucune issue n'appartient à cet ensemble.
- L'ensemble  $E$  de toutes les issues est appelé **événement certain**.

## 2. Probabilité d'un événement

Définition :

La **probabilité d'un événement** A est la somme des probabilités des issues qui réalisent A. On la note **P(A)**.

Exemple :

Un dé cubique est truqué de façon que chaque issue ait la probabilité indiquée ci-dessous.

L'événement A : "obtenir un numéro pair" est réalisé par les issues 2, 4 et 6.

$$\text{Donc } P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}.$$

|             |                |               |                |               |               |               |
|-------------|----------------|---------------|----------------|---------------|---------------|---------------|
| Issue       | 1              | 2             | 3              | 4             | 5             | 6             |
| Probabilité | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{6}$ |

Propriété :

Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est donnée par la formule suivante ;  $P(A) = \frac{\text{nombre issues } A}{\text{nombre issues } E}$

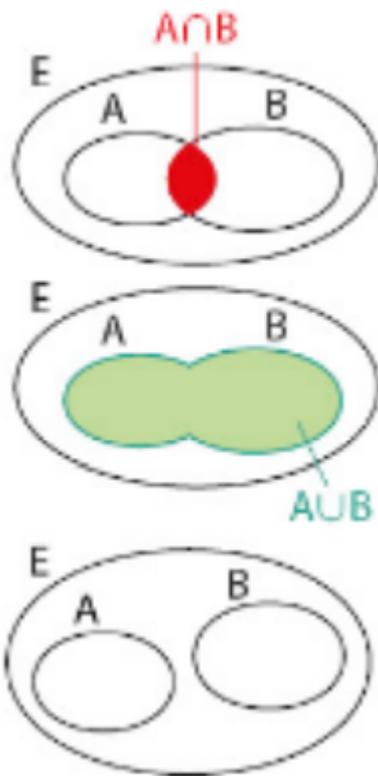
## III. Calculs de probabilités

### 1. Intersection et réunion d'événements

A et B sont deux événements d'un univers E.

Définitions :

- L'**intersection** de A et B est l'événement formé des issues qui réalisent à la fois l'événement A et l'événement B.
- On le note  $A \cap B$  et on lit "A inter B".
- La **réunion** de A et B est l'événement formé des issues qui réalisent l'événement A ou l'événement B.
- On le note  $A \cup B$  et on lit "A union B".



## 2. Une formule sur les probabilités.

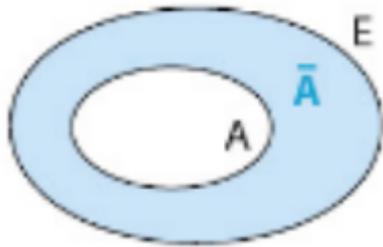
Propriété :

$$\text{Pour tout événement A et B. } P(A \cap B) + P(A \cup B) = p(A) + P(B).$$

### 3. Les événements contraires.

Définition :

L'événement contraire à  $A$ , noté  $\bar{A}$ , est formé des issues qui n'appartiennent pas



à  $A$ .

Propriété :

Pour tout événement  $A$ ,  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ .