



Probabilités

Les probabilités sont une branche des mathématiques qui traite de l'étude des événements aléatoires et de la probabilité de leur survenue. Il s'agit d'un concept fondamental dans de nombreux domaines, notamment les statistiques, la physique, l'ingénierie, l'économie et l'informatique.

I. Les probabilités : événements et issues.

1. Définitions et vocabulaire :

Définition :

Une **expérience** est dite **aléatoire** lorsque l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultats va se produire. Les différents résultats possibles s'appellent les **issues**.

Un **événement** est constitué par les différentes issues de l'expérience aléatoire.

Exemple :

Expérience : On lance un dé à six face non pipé.

Les issues possibles sont : 1,2,3,4,5,6.

Un événement peut être : obtenir le 1,2,...6 ou encore obtenir un nombre pair.

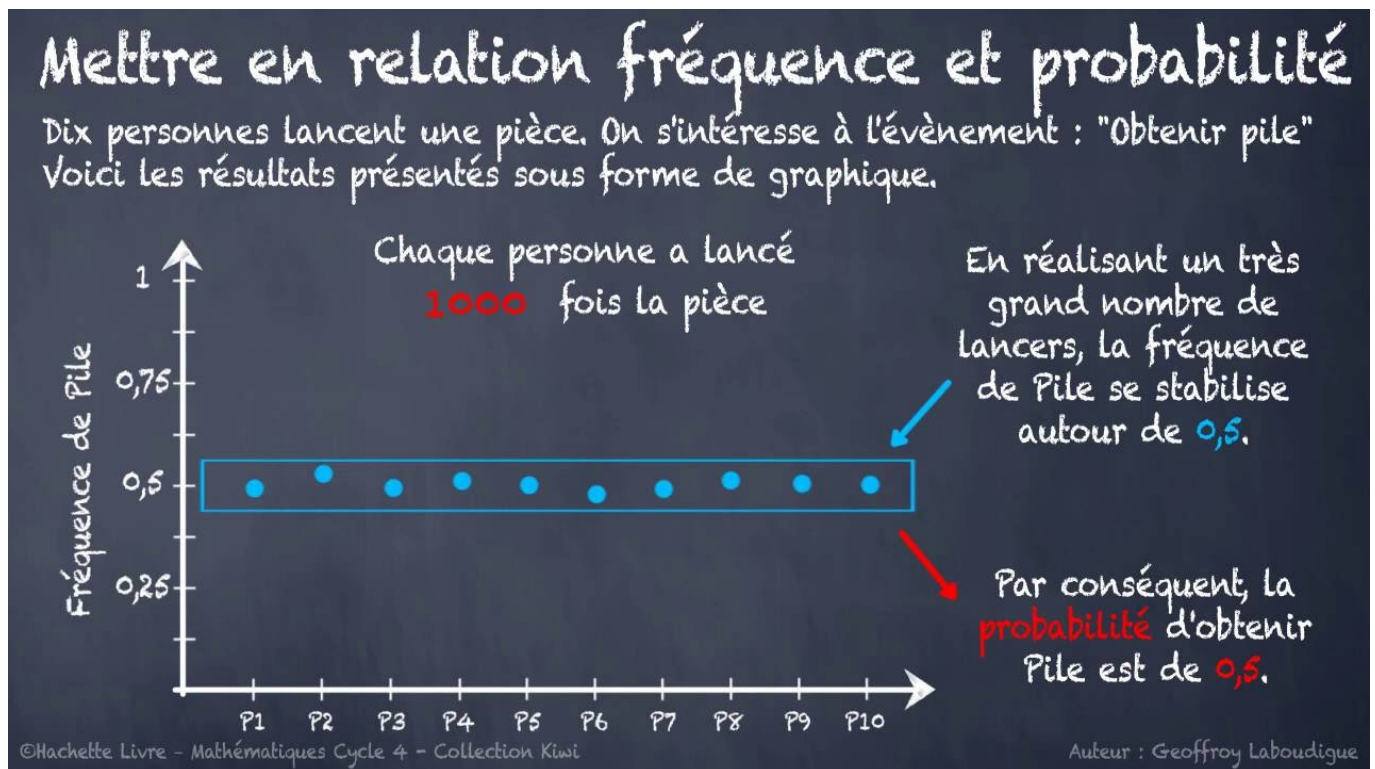
Ces événements (obtenir 1, obtenir 2,...obtenir 6) sont appelés **événements élémentaires**.

2. Probabilité et fréquence :

Propriété :

Si on répète une expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la fréquence de n'importe quel événement de cette expérience finit par se stabiliser et

converge vers la probabilité de cet événement.



3. Notion de probabilité :

Définition :

Pour certaines expériences aléatoires, on peut déterminer par un quotient la « chance » qu'un événement a de se produire. Ce quotient est appelé la probabilité de l'évènement.

Notation :

Soit A un évènement, on note $P(A)$ la probabilité que l'évènement A se réalise.

La probabilité d'un évènement est égale au quotient :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables événement } A}{\text{Nombre total d'issues}}$$

Définition :

Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité d'être réalisés, on dit qu'il s'agit d'une **situation d'équiprobabilité**.

Exemple :

Reprenons l'expérience aléatoire du dé.

Chaque événement élémentaire : obtenir le 1, ..., obtenir le 6.

La probabilité de chacun de ces événements est de $\frac{1}{6}$.

Propriété :

Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

Propriété :

La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

Exemple :

Pour le lancer dé dé.

Nous avons $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$



B: <<obtenir un chiffre supérieur à 7>>

II. Les événements certains, incompatibles et contraires :

Définition et propriété :

- Un événement est dit **certain** si se produit nécessairement.

- La probabilité d'un événement certain est égale à 1.

Exemple :

Un événement certain pour le lancer de dé serait :

A: <<obtenir un chiffre inférieur à 7>> et $P(A)=1$.

Définition et propriété :

- Un événement est dit **impossible** si **il ne peut pas se produire**.
- La probabilité d'un événement incertain est égale à 0.

Exemple :

Un événement incertain pour le lancer de dé serait :

B: <<obtenir un chiffre supérieur à 7>> et $P(B)=0$.

Définition :

- Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne **peuvent pas se produire en même temps**.
- L'événement **contraire** d'un événement est celui **qui se réalise lorsque l'événement n'a pas lieu**.

Exemple :

Deux événements incompatibles seraient C : <<obtenir un chiffre pair>> et D : <<obtenir un chiffre impair>>.

Propriété :

Soit A un événement, on note \bar{A} son événement contraire. Nous avons $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

Exemple :

On tourne une roue bien équilibrée.



Notons l'événement A : « sortie du chiffre 1 » alors \bar{A} : « sortie d'un chiffre autre que 1 ».

Nous avons $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(\bar{A}) = \frac{5}{6}$ et $P(A) + P(\bar{A}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$.

III. Carte mentale sur les probabilités :

