

Probabilités et variables aléatoires

Ce qu'évalue le contrôle : probabilités et variables aléatoires

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure 30**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitres : Probabilités conditionnelles et Variables aléatoires (4 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Compléter un arbre pondéré à deux étapes et calculer des probabilités de chemins
- Utiliser la formule des probabilités totales et inverser un conditionnement
- Établir la loi d'une variable aléatoire à partir d'un arbre et en tracer le diagramme
- Calculer l'espérance, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire
- Comparer deux variables aléatoires pour prendre une décision argumentée

Avant de commencer

Commence par l'exercice 1, qui se traite vite. Ensuite, soigne l'arbre de l'exercice 2, car toute la suite en dépend : vérifie que la **somme des probabilités** de la loi vaut 1 avant de calculer l'espérance. Pour la variance, écris un tableau avec les carrés des écarts ou utilise la **formule**

de **König-Huygens**, puis garde plusieurs décimales. Enfin, une décision doit s'appuyer sur deux critères, le gain moyen et la dispersion.

Le sujet du contrôle : probabilités et variables aléatoires

Exercice 1 - Automatismes sur une loi (3 points)

Une variable aléatoire X prend les valeurs -2 , 0 , 3 et 5 . Sa loi de probabilité est donnée dans le tableau, où p est un réel inconnu.

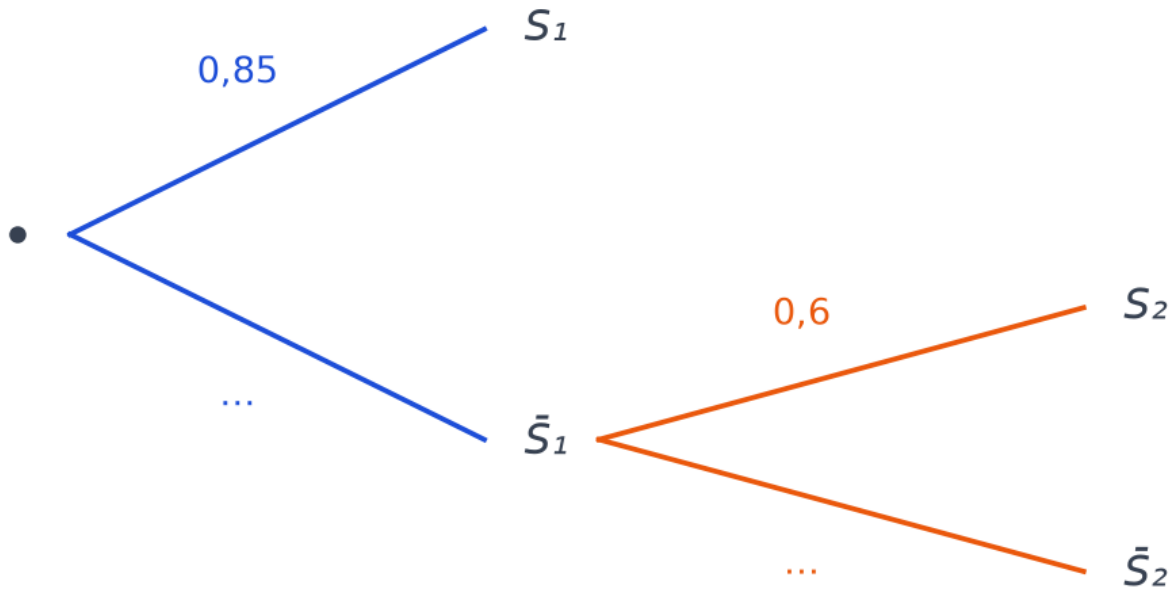
x_i	-2	0	3	5
$P(X = x_i)$	$0,1$	$0,3$	p	$0,2$

1. Détermine la valeur de p . (0,5 point)
2. Calcule ensuite $P(X \geq 3)$. (0,5 point)
3. Calcule ensuite l'espérance $E(X)$. (1 point)
4. Sachant que X est positive ou nulle, quelle est la probabilité que X vaille 5 ? Donne la valeur exacte. (1 point)

Exercice 2 - Le contrôle des batteries (5 points)

Un atelier assemble des batteries de vélo électrique avec des composants du fournisseur Alpha. Chaque batterie passe d'abord un premier contrôle, réussi dans 85 % des cas ; elle est alors vendue. Sinon, elle est réparée puis passe un second contrôle, réussi dans 60 % des cas : elle est alors vendue, et dans le cas contraire elle est détruite. On choisit une batterie au hasard et on note :

- S_1 l'événement « la batterie réussit le premier contrôle » ;
- S_2 l'événement « la batterie réussit le second contrôle ».



1. Recopie l'arbre, puis complète les deux probabilités manquantes. (1 point)
2. Calcule ensuite la probabilité qu'une batterie soit réparée puis vendue. (1 point)
3. Montre que la probabilité qu'une batterie soit vendue vaut 0,94. (1,5 point)
4. Un client achète une batterie de cet atelier. Quelle est la probabilité qu'elle ait été réparée ? Donne la valeur exacte, puis l'arrondi au millième. (1,5 point)

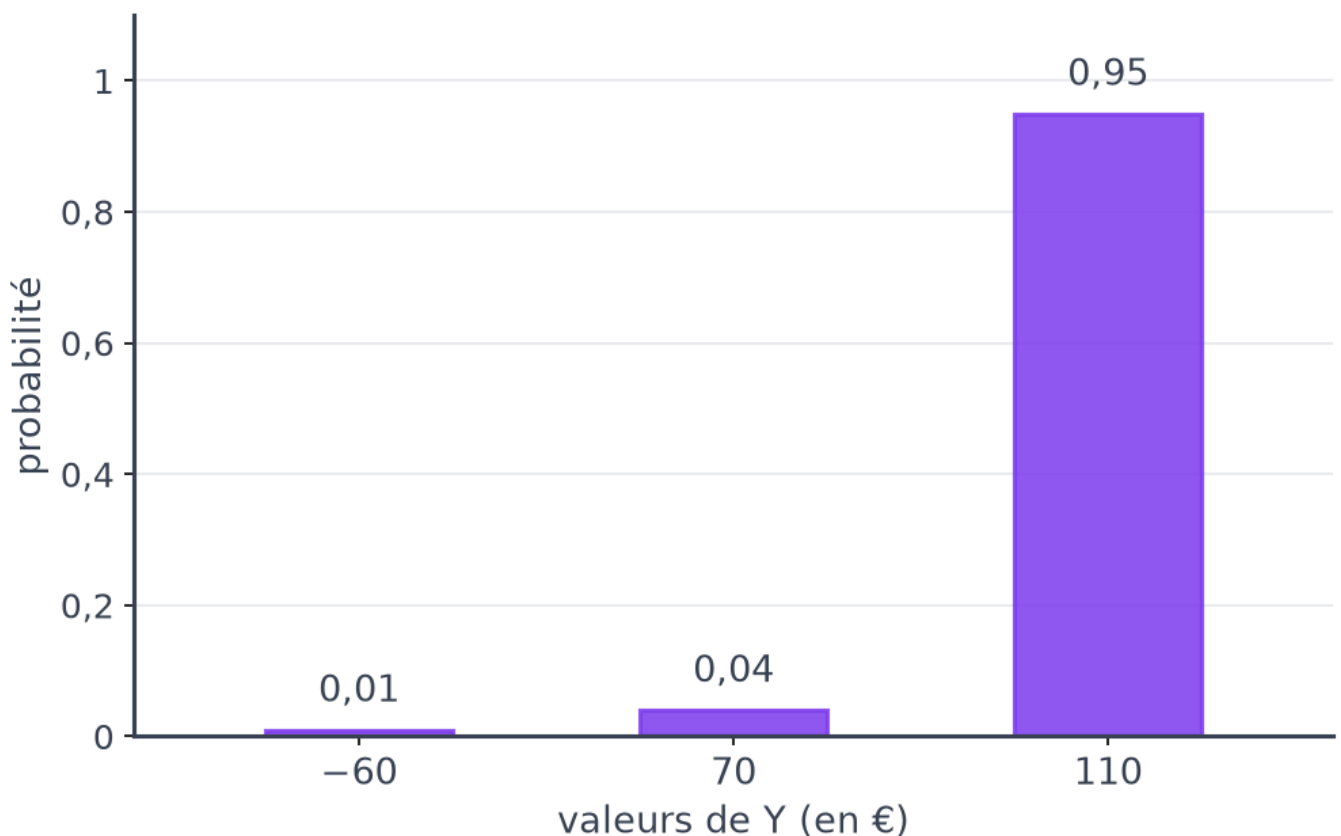
Exercice 3 - Le bénéfice par batterie (6 points)

On reprend la situation de l'exercice 2. Une batterie vendue dès le premier contrôle rapporte un bénéfice de 120 €. Cependant, la réparation coûte 40 € : une batterie réparée puis vendue ne rapporte donc que 80 €. Enfin, une batterie détruite fait perdre 50 € à l'atelier. On note X le bénéfice, en euros, réalisé sur une batterie choisie au hasard.

1. Donne les valeurs prises par X , puis établis sa loi de probabilité dans un tableau. Vérifie aussi que la somme des probabilités vaut 1. (1,5 point)
2. Calcule $E(X)$, puis interprète ce nombre. (1,5 point)
3. Calcule la variance $V(X)$, puis l'écart type $\sigma(X)$ arrondi au centième. (2 points)
4. L'atelier produit 500 batteries par mois. Quel bénéfice mensuel peut-il espérer en moyenne ? (1 point)

Exercice 4 - Faut-il changer de fournisseur ? (6 points)

Le fournisseur Bêta propose des composants plus chers mais plus fiables. Avec eux, 95 % des batteries réussissent le premier contrôle, et 80 % des batteries réparées réussissent le second. En revanche, les bénéfices baissent : 110 € sans réparation, 70 € après réparation, et une batterie détruite fait perdre 60 €. On note Y le bénéfice, en euros, d'une batterie choisie au hasard avec ce fournisseur. Le diagramme en barres donne ainsi la loi de Y .



1. Lis la loi de Y sur le diagramme, puis retrouve par un calcul les probabilités $P(Y = 70)$ et $P(Y = -60)$ à partir de l'énoncé. (1,5 point)
2. Calcule alors $E(Y)$. (1,5 point)
3. Détermine l'écart type $\sigma(Y)$, arrondi au centième. (1,5 point)
4. L'atelier doit-il changer de fournisseur ? Rédige une réponse argumentée qui utilise les espérances et les écarts types. (1,5 point)



Réviser probabilités et variables aléatoires avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon probabilités conditionnelles et indépendance puis variable aléatoires ; entraîne-toi sur la fiche probabilités et variables aléatoires avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Probabilités conditionnelles : contrôle de maths en première
- Indépendance et répétition d'épreuves : contrôle de maths en première
- Loi de probabilité et espérance : contrôle de maths en première

- Variance, écart type et jeux de hasard : contrôle de maths en première