

Problèmes de dénombrement et tirages

Ce qu'évalue le contrôle : problèmes de dénombrement et tirages

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **2 heures**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Dénombrement (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Choisir le bon modèle de dénombrement : liste, liste sans répétition ou combinaison
- Dénombrer des tirages successifs avec ou sans remise et des tirages simultanés
- Utiliser le complémentaire pour compter les issues contenant au moins un élément donné
- Compter des chemins sur un quadrillage à l'aide des combinaisons
- Former un groupe sous contraintes et en déduire une probabilité

Avant de commencer

Avant chaque calcul, pose-toi deux questions : l'**ordre** compte-t-il, et les **répétitions** sont-elles permises ? La réponse te donne le modèle, donc la formule. Quand l'énoncé dit « au moins un », passe par le **complémentaire**, car le calcul direct oblige à séparer de nombreux cas. Enfin,

contrôle tes résultats : un nombre de cas favorables ne dépasse jamais le nombre total.

Le sujet du contrôle : problèmes de dénombrement et tirages

Exercice 1 - Le digicode de l'immeuble (4 points)

Pour entrer dans son immeuble, Samia tape un code formé d'une lettre choisie parmi A, B, C et D, suivie de quatre chiffres de 0 à 9. B0725 et D3333 sont par exemple des codes valables. Les chiffres peuvent donc se répéter.

1. Tout d'abord, combien de codes différents le digicode accepte-t-il ? Justifie le modèle utilisé. (1 point)
2. Détermine ensuite le nombre de codes dont les quatre chiffres sont deux à deux distincts. (1 point)
3. Combien de codes contiennent aussi au moins un chiffre 0 ? Passe par le complémentaire. (1 point)
4. Le syndic choisit un code au hasard. Quelle est alors la probabilité que ses quatre chiffres soient distincts ? (1 point)

Exercice 2 - Mains de cinq cartes (4 points)

Un jeu de 32 cartes comporte quatre couleurs (cœur, carreau, pique et trèfle) et, dans chaque couleur, huit cartes : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as. Ensuite, Hugo tire simultanément cinq cartes du jeu : on appelle cela une main. Dans tout l'exercice, on note « k parmi n » le nombre de parties à k éléments d'un ensemble à n éléments.

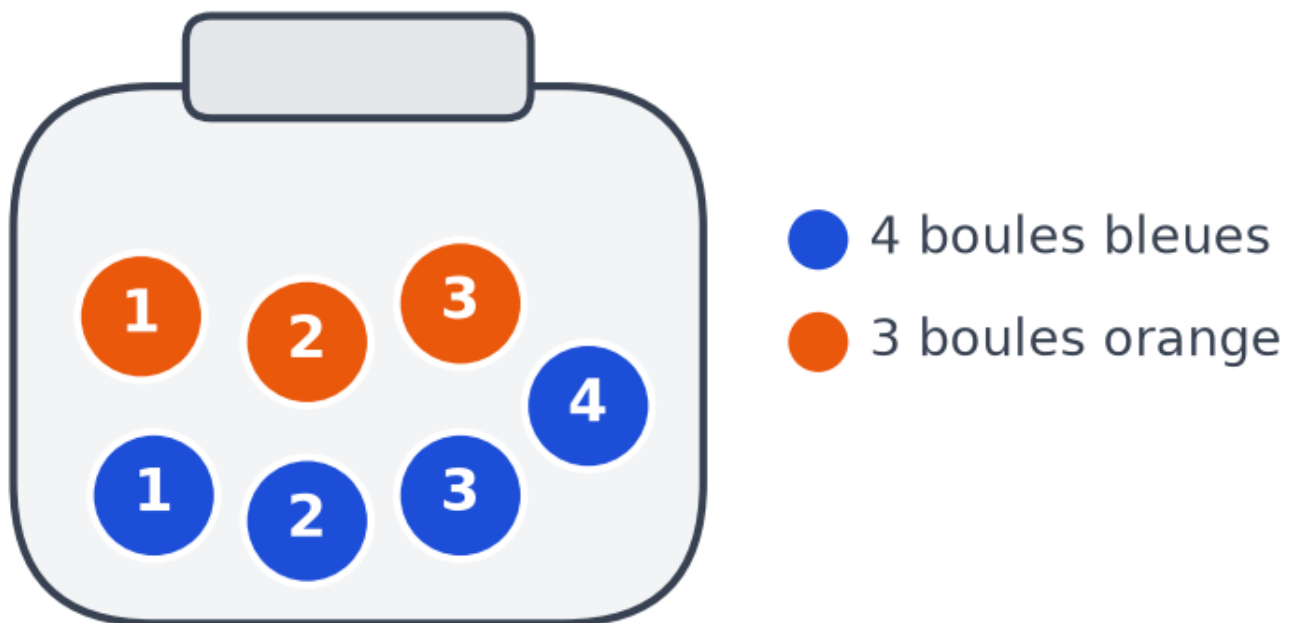
1. Explique pourquoi une main est une combinaison, puis calcule le nombre total de mains.

(1 point)

- Combien de mains contiennent exactement deux as ? (1 point)
- Trouve de plus le nombre de mains qui contiennent au moins un cœur. (1 point)
- Quand les cinq cartes sont de la même couleur, on parle de couleur pure. Calcule le nombre de ces mains, puis la probabilité d'en obtenir une, arrondie à 10^{-4} . (1 point)

Exercice 3 - L'urne de la kermesse (4 points)

Au stand de Lina, une urne contient sept boules indiscernables au toucher : quatre boules bleues numérotées de 1 à 4 et trois boules orange numérotées de 1 à 3.



Partie A. Un joueur tire successivement trois boules, sans remise, et note la liste ordonnée des boules obtenues.

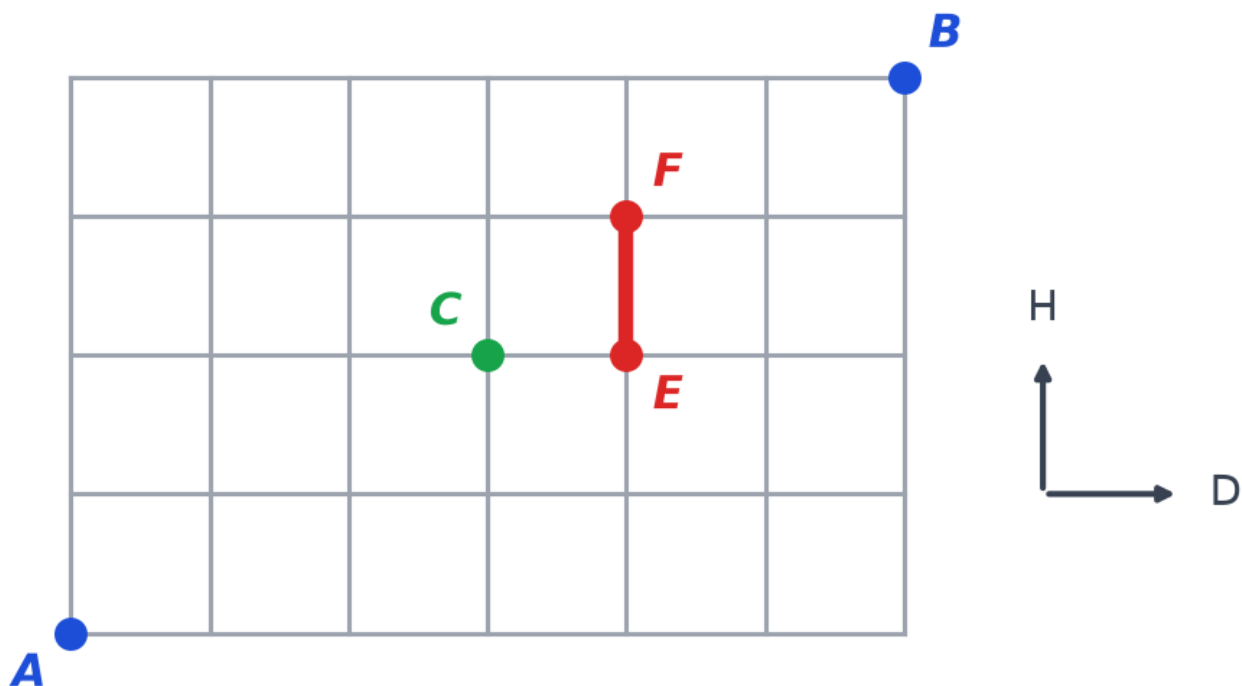
- Justifie que le nombre de tirages possibles est 210. (1 point)
- Combien de tirages ne comportent alors que des boules bleues ? Déduis-en la probabilité de cet événement sous forme de fraction irréductible. (1 point)

Partie B. Désormais, le joueur remet chaque boule dans l'urne avant de tirer la suivante. Il tire ainsi trois boules.

1. Calcule le nombre de tirages possibles, puis le nombre de tirages comportant au moins une boule orange. (1 point)
2. Le joueur gagne un lot quand les trois boules tirées portent le même numéro. Dénombre les tirages gagnants, puis donne la probabilité de gagner. (1 point)

Exercice 4 - Chemins dans le quartier (4 points)

Le plan d'un quartier est un quadrillage de 6 carreaux sur 4. Pour aller de la boulangerie A au gymnase B, Tom suit les rues et ne fait que des pas vers la droite (D) ou vers le haut (H), d'un carreau à chaque fois. Un chemin s'écrit donc comme un mot formé des lettres D et H.



Dans le repère d'origine A, les points sont C(3 ; 2), E(4 ; 2), F(4 ; 3) et B(6 ; 4).

1. Explique pourquoi un chemin de A à B est un mot de 10 lettres contenant exactement 4 lettres H. Déduis-en le nombre de chemins de A à B. (1,5 point)
2. Ensuite, combien de chemins de A à B passent par le point C ? (1 point)
3. À cause de travaux, la portion de rue entre E et F est fermée. Détermine le nombre de chemins de A à B qui évitent cette portion. (1,5 point)

Exercice 5 - Le comité du club de théâtre (4 points)

Le club de théâtre du lycée compte 12 membres : 7 filles, dont Inès, et 5 garçons, dont Malik. Afin de préparer le spectacle de fin d'année, le club doit élire un comité de 4 membres. Dans ce comité, les rôles sont d'abord tous identiques.

1. Combien de comités différents peut-on former ? (0,5 point)
2. Calcule le nombre de comités composés de deux filles et de deux garçons. (1 point)
3. Quand on exige au moins une fille, combien de comités peut-on former ? (1 point)
4. Inès et Malik refusent de siéger ensemble. Trouve alors le nombre de comités possibles. (1 point)
5. Finalement, le club forme un comité de 4 membres puis désigne, dans ce comité, un président et un trésorier distincts. Montre de deux façons qu'il y a 5 940 organisations possibles. (0,5 point)



Réviser problèmes de dénombrement et tirages avant le contrôle

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Dénombrement et combinaisons : contrôle de maths en terminale
- Dénombrement et loi binomiale : contrôle de maths en terminale
- Convexité et points d'inflexion : contrôle de maths en terminale