

Produit scalaire dans l'espace

Ce qu'évalue le contrôle : produit scalaire dans l'espace

L'essentiel du sujet

- Niveau **terminale**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Produit scalaire dans l'espace (4 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Calculer un produit scalaire et une norme à partir des coordonnées dans un repère orthonormé de l'espace
- Démontrer que deux vecteurs ou deux droites de l'espace sont orthogonaux ou ne le sont pas
- Justifier qu'un vecteur est normal à un plan et qu'une droite est orthogonale à un plan
- Déterminer la mesure d'un angle géométrique dans un solide à l'aide du produit scalaire

Avant de commencer

Commence toujours par écrire les **coordonnées des vecteurs** utiles, en faisant « extrémité moins origine » : la plupart des erreurs viennent de là. Ensuite, pour prouver une orthogonalité, un produit scalaire nul suffit, mais pour une droite orthogonale à un plan, il faut **deux vecteurs non colinéaires** du plan. Enfin, vérifie qu'un cosinus reste compris entre -1 et 1 avant de

chercher l'angle.

Le sujet du contrôle : produit scalaire dans l'espace

Exercice 1 - Calculs en coordonnées (4 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé. On considère les vecteurs $\vec{u}(2;-1;3)$, $\vec{v}(1;4;-2)$ et $\vec{w}(-3;0;2)$.

1. Calcule d'abord le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$. (1 point)
2. Détermine ensuite les normes $|\vec{u}|$ et $|\vec{v}|$. (1 point)
3. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils orthogonaux ? Justifie. (1 point)
4. Trouve enfin le réel α pour lequel le vecteur $\vec{t}(\alpha;2;1)$ est orthogonal à $\vec{v}$. (1 point)

Exercice 2 - Un vecteur normal au plan (ABC) (5 points)

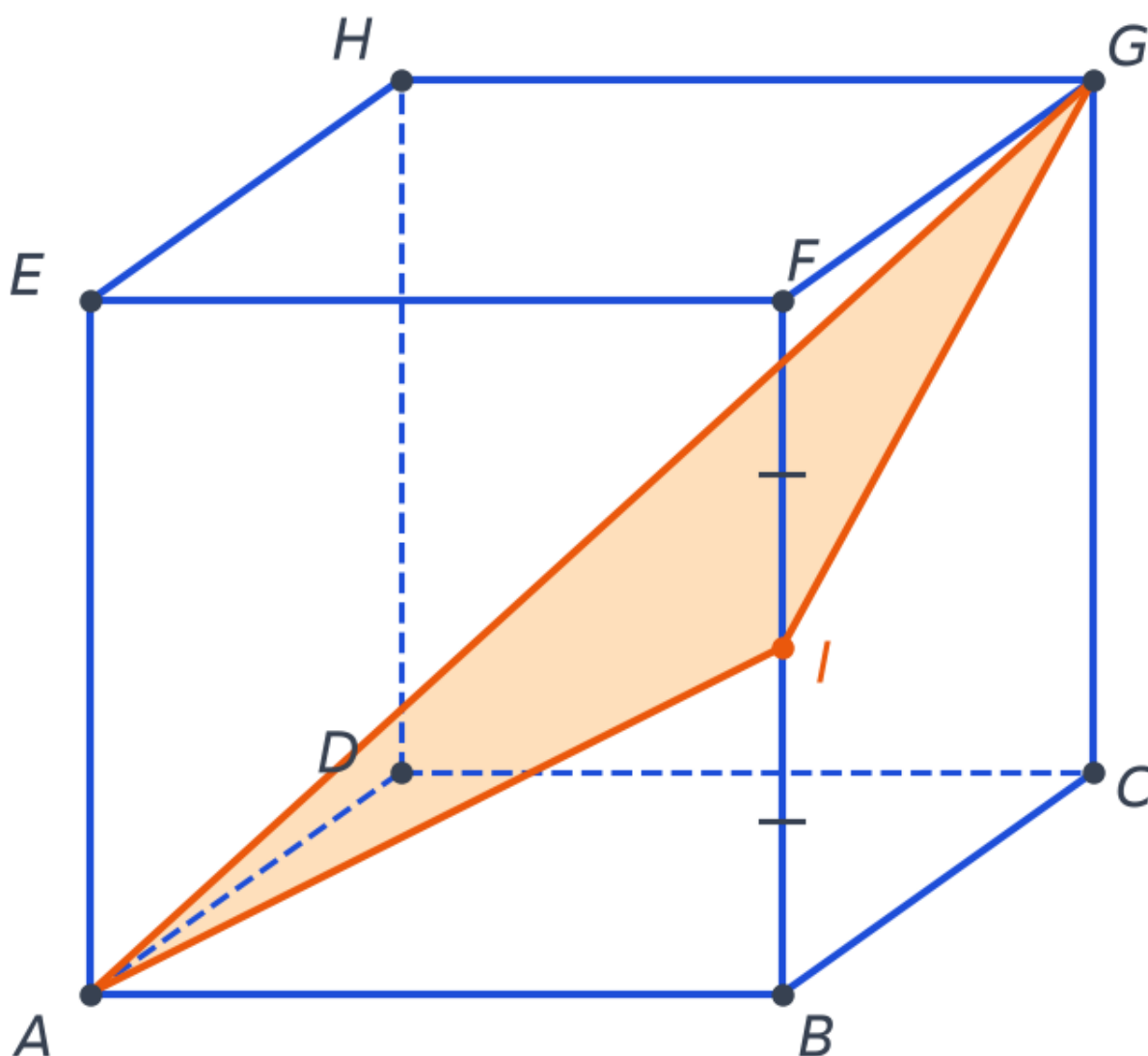
Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points $A(1;0;2)$, $B(3;1;0)$, $C(0;2;1)$ et $D(4;4;7)$, ainsi que le vecteur $\vec{n}(3;4;5)$.

1. Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$, puis montre que les points A , B et C ne sont pas alignés. (1 point)
2. Montre ensuite que $\vec{n}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ et à $\overrightarrow{AC}$. (1,5 point)
3. Dédus-en donc que $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABC) , en citant la propriété utilisée. (0,5 point)
4. Démontre alors que la droite (AD) est orthogonale au plan (ABC) . (1 point)

5. Enfin, les droites (AB) et (CD) sont-elles orthogonales ? Justifie ta réponse. (1 point)

Exercice 3 - Un triangle dans le cube (6 points)

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 1. On note I le milieu de l'arête $[BF]$ et on se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. Le triangle AIG est ainsi colorié sur la figure.



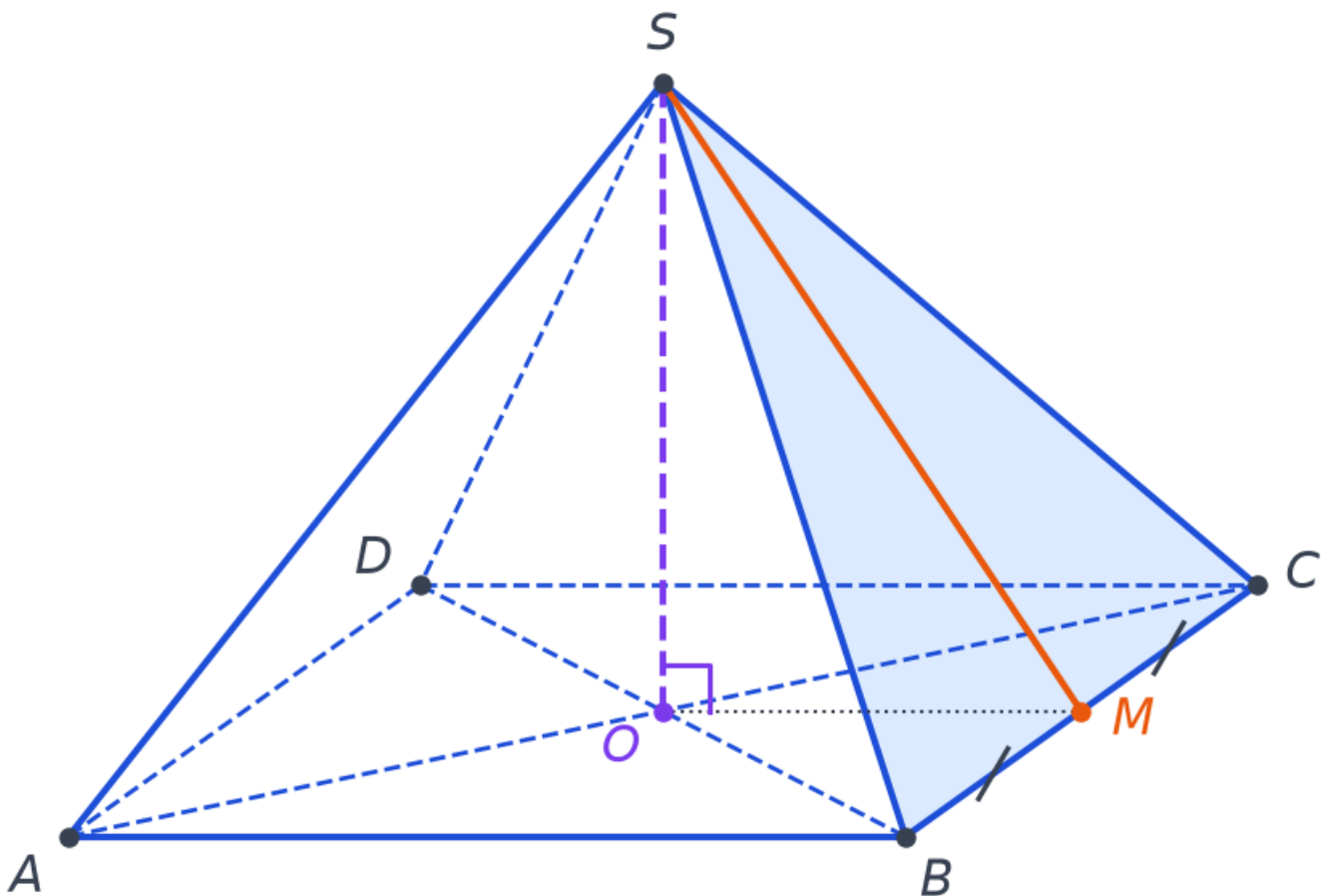
1. Donne d'abord les coordonnées des points B , D , E , G et I . (1 point)
2. Montre alors que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE) . (1,5 point)

3. Calcule ensuite le produit scalaire $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IG}$. (1 point)
4. Calcule aussi les longueurs IA et IG . Que peux-tu donc en déduire pour le triangle AIG ? (1 point)
5. Déduis-en enfin une mesure de l'angle $\widehat{AIG}$, arrondie au dixième de degré. (1,5 point)

Exercice 4 - La verrière pyramidale (5 points)

Le hall d'un musée est couvert par une verrière en forme de pyramide régulière $SABCD$. Sa base est un carré $ABCD$ de centre O et de côté 4 m, et sa hauteur SO mesure 3 m. On note M le milieu de $[BC]$. Dans un repère orthonormé d'origine O et d'unité 1 m, on a :

$A(2;-2;0)$, $B(2;2;0)$, $C(-2;2;0)$, $D(-2;-2;0)$ et $S(0;0;3)$.



La figure n'est pas à l'échelle.

1. Calcule tout d'abord la longueur de l'arête SA . (1 point)
2. Calcule $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC}$, puis déduis-en une mesure de l'angle $\widehat{ASC}$ au dixième de degré. (1,5 point)
3. Vérifie ensuite que la droite (SO) est orthogonale au plan de la base. (1 point)
4. Montre enfin que (SM) est perpendiculaire à (BC) . Le vitrier doit alors commander le verre des quatre faces triangulaires : quelle aire de verre lui faut-il, arrondie au centième de mètre carré ? (1,5 point)



Réviser produit scalaire dans l'espace avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon produit scalaire dans l'espace ; entraîne-toi sur la fiche produit scalaire de l'espace avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en terminale** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Équation cartésienne d'un plan : contrôle de maths en terminale
- Fonction logarithme népérien : contrôle de maths en terminale
- Étude de fonction avec logarithme : contrôle de maths en terminale