Produit scalaire dans le plan

I.Définition du produit scalaire et orthogonalité

Définition :

On considère deux vecteurs du plan $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Le **produit scalaire** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u}.\vec{v}$, est défini par :

$\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(||\,\vec{u}+\vec{v}\,||^2 - ||\,\vec{u}\,||^2 - ||\,\vec{v}\,||^2)$.

Remarque :

Le produit scalaire n'est pas un vecteur mais un nombre réel.
Propriétés :

Le produit scalaire est commutatif, c'est à dire que $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$.

Si $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$, alors $\vec{u}.\vec{v} = 0$.

$\vec{u}.\vec{u}$ est également noté $\vec{u}^2$, appelé **carré scalaire** de $\vec{u}$;

Nous avons $||\,\vec{u}\,||^2 = \vec{u}.\vec{u}$.

Définition :

On considère deux vecteurs non nuls du plan $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

On dit que deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si, et seulement si, $\vec{u}.\vec{v} = 0$.

Remarque :

Le vecteur nul est donc orthogonal à tout vecteur du plan.
Propriété :

On considère deux vecteurs non nuls du plan $\vec{u}$ et $\vec{v}$.On dit que deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si, et seulement si, $(\vec{u};\vec{v}) = \pm\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$.

Propriété :

Deux droites du plan sont perpendiculaires, si, et seulement si, un vecteur directeur de l'une est orthogonal à un vecteur directeur de l'autre.

II.Produit scalaire et coordonnées

Propriété :

Soient $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$.Le produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est donné par la formule suivante :

$\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$.

III. Propriétés algébriques du produit scalaire

Propriétés :

- Le produit scalaire est **distributif** par rapport à l'addition :

$\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}.\vec{v}+\vec{u}.\vec{w}$.

- Pour deux réels k et k', $(k\vec{u}).(k'\vec{v})=kk'\vec{u}.\vec{v}$.
- En particuliers, $(-\vec{u}).\vec{v}=\vec{u}.(-\vec{v})=-\vec{u}.\vec{v}$.

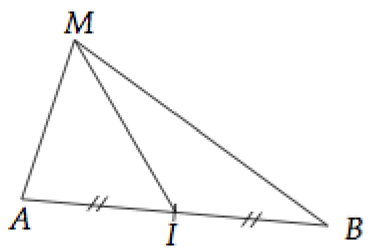
Propriétés : identités remarquables.

- $||\,\vec{u}+\vec{v}\,||^2=(\vec{u}+\vec{v})^2=||\vec{u}\,||^2+2\vec{u}.\vec{v}+||\vec{v}||^2$.
- $||\,\vec{u}-\vec{v}\,|^2=(\vec{u}-\vec{v})^2=||\vec{u}\,||^2-2\vec{u}.\vec{v}+||\vec{v}||^2$.
- $(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v})=||\vec{u}||^2-||\vec{v}\,||^2$.

Théorème de la médiane:

Soient A et B deux points distincts du plan et I le milieu de [AB].

Pour tout point M du plan, $MA^2+MB^2=2MI^2+\dfrac{AB^2}{2}$.



IV.Autres expressions du produit scalaire

Propriétés :

On considère deux vecteurs non nuls du plan $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et trois points distincts A,B et C du plan.

- $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \ cos(\vec{u};\vec{v})$.
- $\vec{AB}.\vec{AC} = \ AB \ \times \ AC \ \times \ cos(\widehat{BAC})$.

Propriétés :

Si deux vecteurs du plan $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires**, alors :

- $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times \ ||\vec{v}||$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont le même sens.
- $\vec{u}.\vec{v} = -||\vec{u}|| \times \ ||\vec{v}||$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont des sens contraires.

Avantages de l'apprentissage en ligne

De nombreuses personnes contestent encore l'efficacité de l'apprentissage en ligne. L'apprentissage en ligne présente des avantages et des inconvénients, tout comme les salles de classe traditionnelles. De plus, tous les élèves ne tireront pas profit des cours en ligne, car chacun n'apprend pas de la même manière. Cependant, beaucoup d'enfants ont découvert que l'enseignement en ligne est crucial pour leurs performances au lycée.

Les mathématiques sont l'un des sujets fondamentaux les plus difficiles à aborder au lycée pour de nombreux élèves. Malgré cela, c'est aussi l'un des cours les plus bénéfiques et les plus adaptables auxquels les élèves peuvent s'inscrire. C'est pourquoi il est crucial de suivre des cours de mathématiques au lycée. Les élèves qui sont forts en mathématiques, ainsi que ceux qui ont des difficultés avec cette matière, peuvent bénéficier de ce cours en ligne.

Les élèves peuvent apprendre à leur propre rythme lorsqu'ils suivent un cours de mathématiques en ligne, ce qui constitue l'un de ses principaux avantages. Avec les classes numériques, les élèves peuvent prendre le temps dont ils ont besoin pour terminer leurs études, contrairement aux classes traditionnelles en personne qui se déplacent à une vitesse prescrite pour s'adapter à l'élève moyen.

Grâce à l'auto-apprentissage, les élèves peuvent assimiler rapidement les informations et se concentrer davantage sur les sujets qui les intéressent ou qu'ils connaissent déjà bien. Cela réduit l'ennui, l'anxiété ou le mécontentement que les élèves peuvent ressentir en classe.