

Produit scalaire et géométrie repérée

Ce qu'évalue le contrôle : produit scalaire et géométrie repérée

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure 30**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitres : Produit scalaire et Géométrie repérée (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Calculer un produit scalaire avec les coordonnées et en déduire la mesure ou le cosinus d'un angle
- Écrire l'équation d'une hauteur ou d'une médiatrice à l'aide d'un vecteur normal
- Déterminer l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit d'un triangle, puis l'équation de ce cercle
- Démontrer l'alignement de trois points grâce à la colinéarité de deux vecteurs
- Reconnaître l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

Avant de commencer

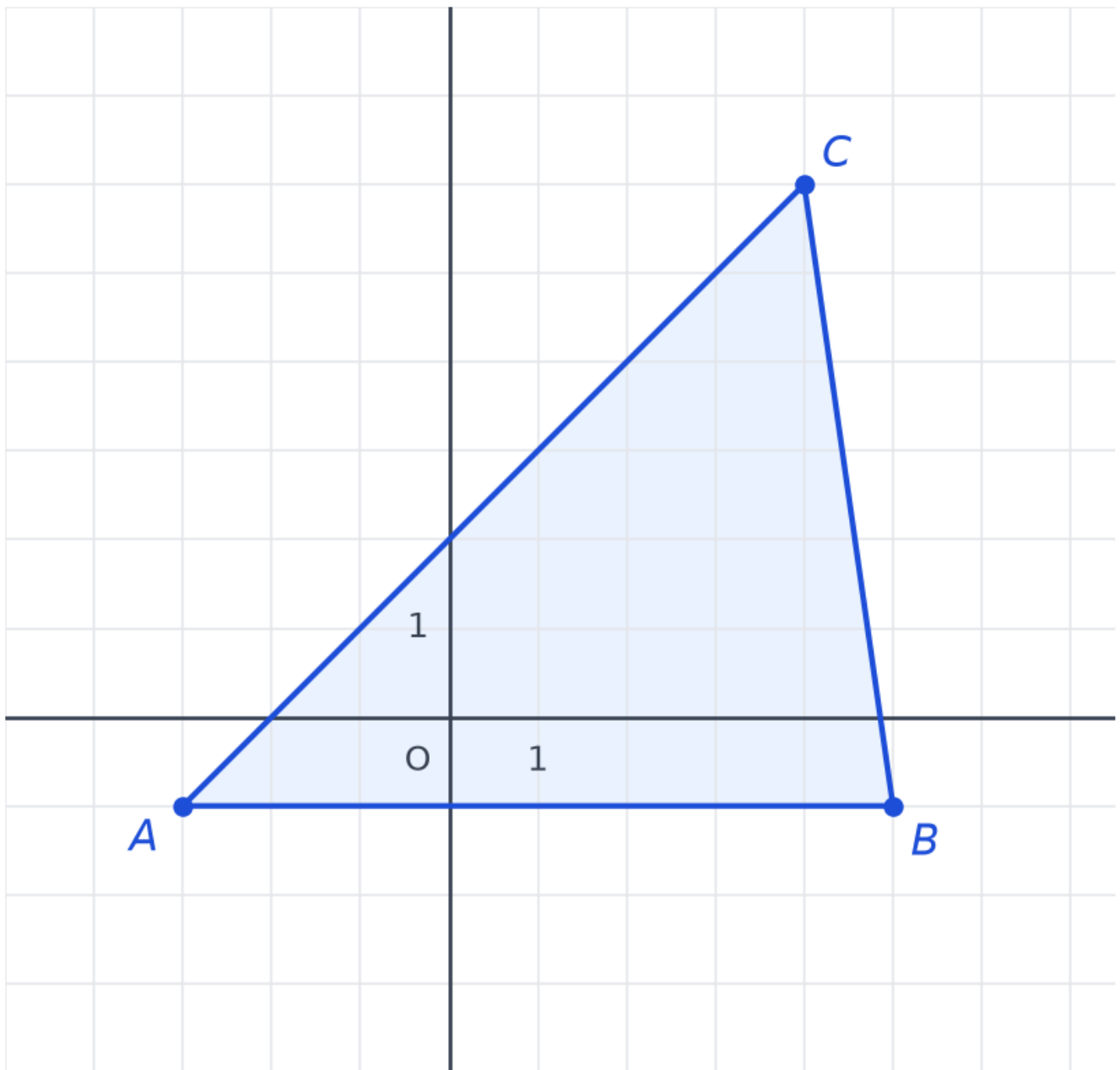
Tous les exercices utilisent le même triangle : recopie donc ses coordonnées en haut de ta

copie et **garde la figure sous les yeux** pour contrôler chaque résultat. Pour une hauteur, le vecteur normal est le côté opposé ; pour une médiatrice, c'est le côté lui-même, et la droite passe par le milieu. Par ailleurs, **vérifie** chaque équation en y remplaçant un point connu, car une erreur de signe fausse toute la suite.

Le sujet du contrôle : produit scalaire et géométrie repérée

Exercice 1 - Les angles du triangle ABC (4 points)

Dans tout le sujet, le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère alors les points $A(-3;-1)$, $B(5;-1)$ et $C(4;6)$, représentés ci-dessous.



1. Calcule d'abord les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. (1 point)
2. Calcule ensuite les longueurs AB et AC . Déduis-en la mesure exacte de l'angle $\widehat{BAC}$. (1,5 point)
3. Montre de plus que $\cos \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$. (1 point)
4. Sans calculer sa mesure, justifie que l'angle $\widehat{ABC}$ est aigu. (0,5 point)

Exercice 2 - Deux hauteurs et l'orthocentre (4 points)

Dans cet exercice, on note h_A la hauteur du triangle issue de A et h_C celle issue de C .

1. Explique pourquoi $\overrightarrow{BC}$ est un vecteur normal à h_A , puis montre que h_A a pour équation $x-7y-4=0$. (1,5 point)
2. Donne ensuite une équation de h_C . Aide : observe la direction du côté $[AB]$. (1 point)
3. Dédus-en alors les coordonnées de l'orthocentre H , point d'intersection des hauteurs. (1 point)
4. Vérifie enfin par un produit scalaire que la droite (BH) est perpendiculaire à (AC) . (0,5 point)

Exercice 3 - Médiatrices et cercle circonscrit (4,5 points)

1. Détermine d'abord une équation de la médiatrice du segment $[AB]$. (1 point)
2. Calcule ensuite les coordonnées du milieu de $[AC]$, puis montre que la médiatrice de $[AC]$ a pour équation $x+y-3=0$. (1,5 point)
3. Dédus-en les coordonnées du centre O du cercle circonscrit au triangle ABC . (0,5 point)
4. Calcule enfin le rayon de ce cercle, puis écris son équation. Vérifie aussi que B et C lui appartiennent. (1,5 point)

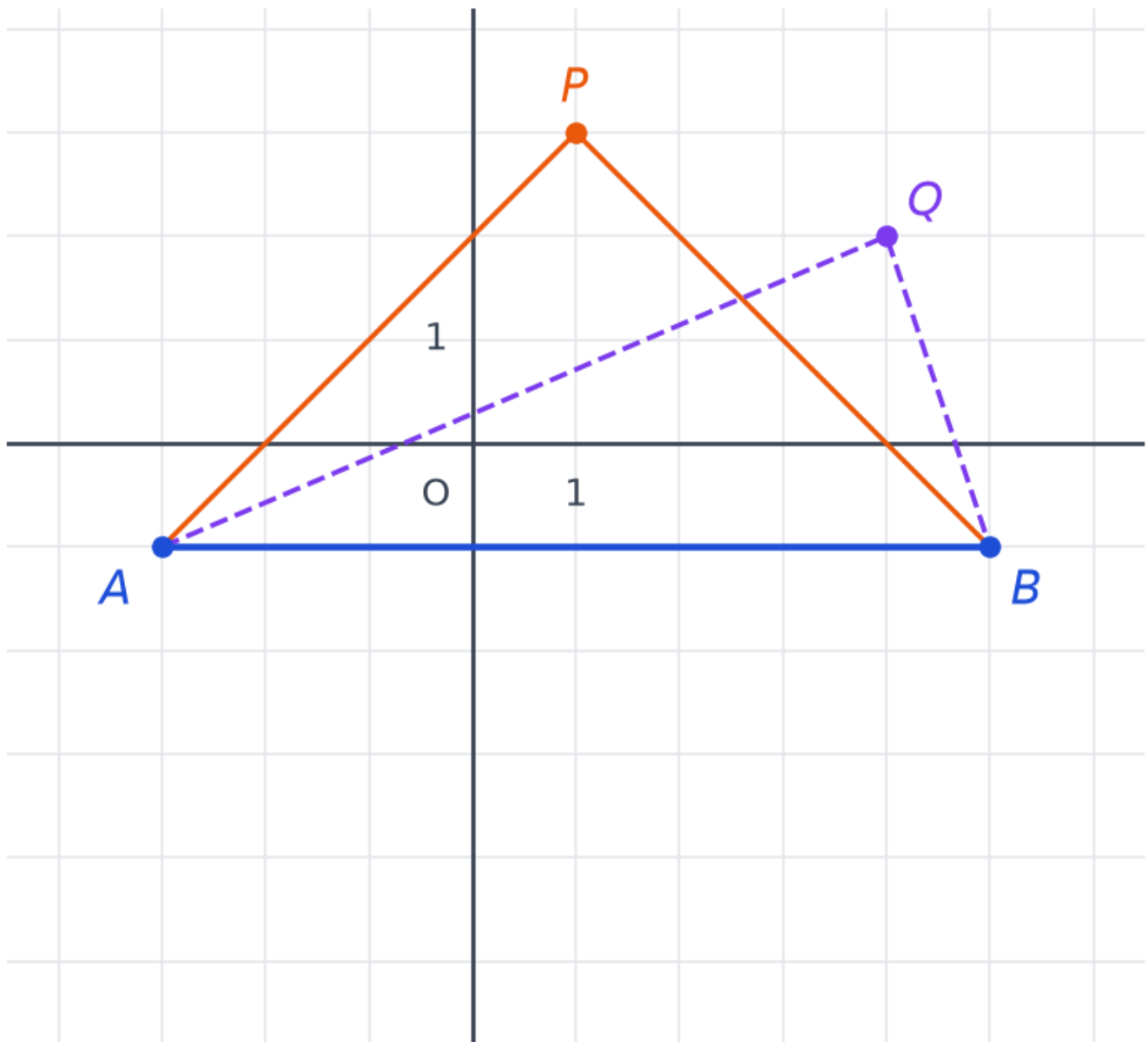
Exercice 4 - Trois points alignés (3,5 points)

On note G le centre de gravité du triangle ABC : ses coordonnées sont les moyennes de celles des trois sommets.

1. Calcule d'abord les coordonnées de G . (1 point)
2. Avec les points O et H trouvés plus haut, montre que $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$. (1,5 point)
3. Conclue ensuite sur l'alignement des points O , G et H , puis donne une équation cartésienne de la droite qui les porte. (1 point)

Exercice 5 - Le cercle de diamètre $[AB]$ (4 points)

Dans ce dernier exercice, on garde les points $A(-3;-1)$ et $B(5;-1)$. Sur la figure, les points $P(1;3)$ et $Q(4;2)$ sont reliés à A et à B . On cherche ainsi l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(x;y)$ tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.



1. Montre que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = x^2 + y^2 - 2x + 2y - 14$. (1,5 point)
2. Mets alors cette expression sous forme canonique. Déduis-en que $\mathcal{E}$ est un cercle dont tu donneras le centre I et le rayon. (1,5 point)
3. Les triangles APB et AQB sont-ils rectangles, respectivement en P et en Q ? Justifie. (1 point)



Réviser produit scalaire et géométrie repérée avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon produit scalaire dans le plan puis vecteurs, droites et plans ; entraîne-toi sur la fiche produit scalaire dans le plan et vecteurs et droites du plan avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Produit scalaire et calculs d'angles : contrôle de maths en première
- Théorème d'Al-Kashi et orthogonalité : contrôle de maths en première
- Équations de droites et vecteur normal : contrôle de maths en première
- Équations de cercles dans un repère : contrôle de maths en première
- Trigonométrie et produit scalaire : contrôle de maths en première