

# Programmes de calcul et preuves littérales

## Ce qu'évalue le contrôle : programmes de calcul et preuves littérales

---

L'essentiel du sujet

- Niveau **3ème**
- Durée **55 minutes**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

**Chapitre** : Calcul littéral (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Appliquer un programme de calcul à des nombres entiers relatifs
- Émettre une conjecture à partir de plusieurs essais puis la démontrer avec une lettre
- Prouver que deux programmes de calcul donnent toujours le même résultat
- Démontrer une propriété sur des nombres entiers consécutifs par le calcul littéral
- Exprimer un périmètre et une aire en fonction de  $x$  et réduire l'expression

Avant de commencer

Fais d'abord les essais numériques avec soin : un signe oublié sur  $-4$  fausse toute la

conjecture. Pour chaque preuve, **écris l'expression du programme étape par étape**, puis développe et réduis sans sauter de ligne. Une série d'exemples ne prouve jamais rien : seul le **calcul avec la lettre** démontre une propriété, alors qu'un seul **contre-exemple** suffit pour prouver qu'elle est fausse. Termine en remplaçant  $x$  par une valeur testée pour vérifier ton expression.

## Le sujet du contrôle : programmes de calcul et preuves littérales

---

### Exercice 1 - Le programme Scratch de Lina (5 points)

---

Lina a écrit le script ci-dessous. La variable « nombre » contient le nombre choisi par l'utilisateur.

quand le drapeau vert est cliqué

demander « Choisis un nombre » et attendre

mettre nombre à réponse

mettre résultat à nombre + 3

mettre résultat à résultat  $\times$  nombre

mettre résultat à résultat  $-$  nombre  $\times$  nombre

dire résultat pendant 2 secondes

1. D'abord, montre que si l'on choisit 5, le programme affiche 15. (1 point)
2. Ensuite, cherche quel nombre le programme affiche si l'on choisit  $-4$ , en détaillant

chaque étape. (1 point)

3. Choisis un troisième nombre et applique le programme, puis formule une conjecture reliant le nombre choisi et le nombre affiché. (1 point)
4. On note  $x$  le nombre choisi. Écris alors le résultat en fonction de  $x$ , puis démontre ta conjecture. (1,5 point)
5. Enfin, quel nombre faut-il choisir pour que le programme affiche 39 ? (0,5 point)

## Exercice 2 - Deux programmes jumeaux (4 points)

---

Voici deux programmes de calcul.

### Programme A

1. Choisir un nombre
2. Le multiplier par 4
3. Ajouter 6
4. Diviser par 2
5. Soustraire le nombre de départ

### Programme B

1. Choisir un nombre
2. Lui ajouter 5
3. Multiplier par 2
4. Soustraire 7
5. Soustraire le nombre de départ

1. D'abord, applique chacun des deux programmes au nombre 7, en écrivant tous les résultats intermédiaires. (1 point)
2. Théo affirme : « Quel que soit le nombre choisi au départ, les programmes A et B donnent toujours le même résultat. » Démontre ensuite qu'il a raison. (2 points)
3. Enfin, quel nombre faut-il choisir au départ pour que le programme A donne 0 ? (1 point)

### Exercice 3 - Trois entiers qui se suivent (4 points)

---

Trois nombres entiers sont dits consécutifs lorsqu'ils se suivent, comme 41, 42 et 43.

1. Calcule d'abord la somme de 12, 13 et 14. Est-ce un multiple de 3 ? (1 point)
2. On note  $n$  le plus petit de trois entiers consécutifs. Exprime les deux autres en fonction de  $n$ , puis démontre que leur somme est toujours un multiple de 3. (1,5 point)
3. Ensuite, trouve trois entiers consécutifs dont la somme est égale à 2025. (1 point)
4. Enfin, cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? « La somme de quatre entiers consécutifs est toujours un multiple de 4. » Justifie ta réponse. (0,5 point)

### Exercice 4 - Carrés de deux entiers consécutifs (3 points)

---

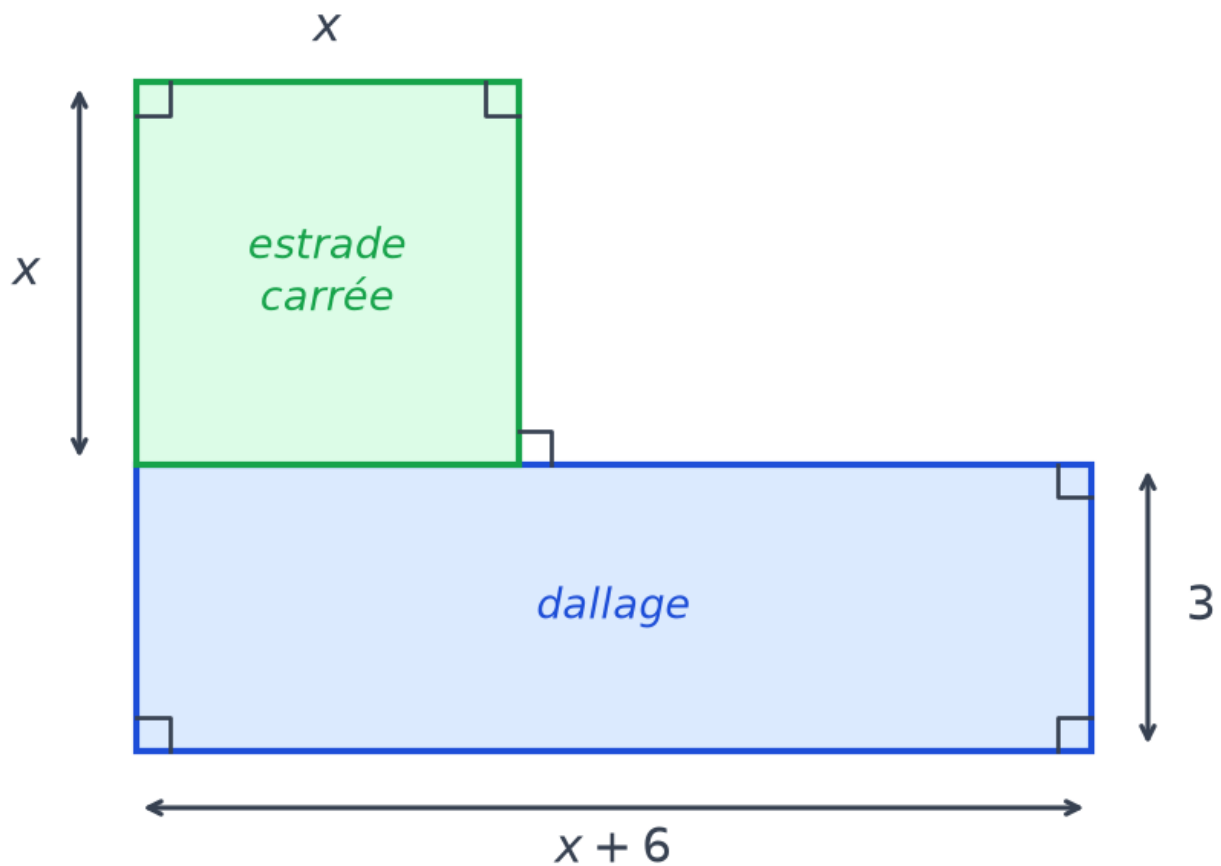
Maël choisit deux entiers consécutifs. Il calcule le carré du plus grand, puis il lui soustrait le carré du plus petit.

1. Effectue d'abord ce calcul avec 6 et 7, puis avec 20 et 21. Compare chaque résultat à la somme des deux entiers choisis. (1 point)
2. On note  $n$  le plus petit des deux entiers. Démontre que le résultat de Maël est toujours égal à la somme des deux entiers. (1,5 point)
3. Ainsi, déduis-en, sans poser de multiplication, la valeur de  $1001^2 - 1000^2$ . (0,5 point)

### Exercice 5 - La terrasse de la famille Diallo (4 points)

---

La famille Diallo aménage son jardin : un dallage rectangulaire de 3 m de large, et, collée à lui, une estrade carrée de côté  $x$  mètres. Tous les angles de la figure sont droits.



Longueurs en mètres. La figure n'est pas à l'échelle.

1. On veut poser une bordure tout autour de la terrasse (dallage et estrade réunis). Montre que la longueur de cette bordure est  $P = 4x + 18$ . (1 point)
2. Exprime l'aire totale  $A$  de la terrasse en fonction de  $x$ , sous forme développée et réduite. (1 point)
3. Ensuite, calcule  $P$  et  $A$  lorsque l'estrade mesure 4 m de côté. (1 point)
4. Monsieur Diallo possède exactement 50 m de bordure et veut tout utiliser. Alors, quel doit être le côté de l'estrade ? (1 point)



## Réviser programmes de calcul et preuves littérales avant le contrôle

---

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon calcul littéral ; entraîne-toi sur la fiche calcul littéral et scratch avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en 3ème** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Développer et factoriser des expressions : contrôle de maths en 3ème
- Calcul littéral et équations : contrôle de maths en 3ème
- Problèmes de partage et nombres premiers : contrôle de maths en 3ème