

Propriétés de l'exponentielle

Ce qu'évalue le contrôle : propriétés de l'exponentielle

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Fonction exponentielle (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Simplifier une expression à l'aide des règles de calcul sur l'exponentielle
- Résoudre des équations et des inéquations en comparant les exposants de deux exponentielles
- Interpréter la tangente en 0 à la courbe de l'exponentielle et l'approximation affine associée
- Dériver $x \mapsto \exp(ax + b)$ et un produit d'un polynôme par une exponentielle
- Étudier le signe et les variations d'une fonction faisant intervenir l'exponentielle

Avant de commencer

Avant chaque calcul, écris la règle utilisée, par exemple $e^a \times e^b = e^{a+b}$, car la plupart des erreurs viennent d'un signe oublié. Pour les équations, **compare les exposants** dès que les deux membres sont des exponentielles. Dans l'étude de fonction, rappelle-toi aussi que e^x est

toujours strictement positif : le signe de la dérivée dépend donc seulement de l'autre facteur. Enfin, relis chaque résultat en testant une valeur simple.

Le sujet du contrôle : propriétés de l'exponentielle

Exercice 1 - Règles de calcul (4 points)

Écris chaque expression sous la forme e^a , avec un exposant a le plus simple possible, en détaillant les étapes. Ici, x désigne un nombre réel quelconque.

1. $A = \left(\frac{e^5}{e^2}\right) \times e^{-4}$ (1 point)
2. $B = (e^{2x})^3 \times e^{-4x}$ (1 point)
3. $C = \frac{e^{x+1}}{e^{1-x}}$ (1 point)
4. Démontre enfin que, pour tout réel x , $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 = 4$. (1 point)

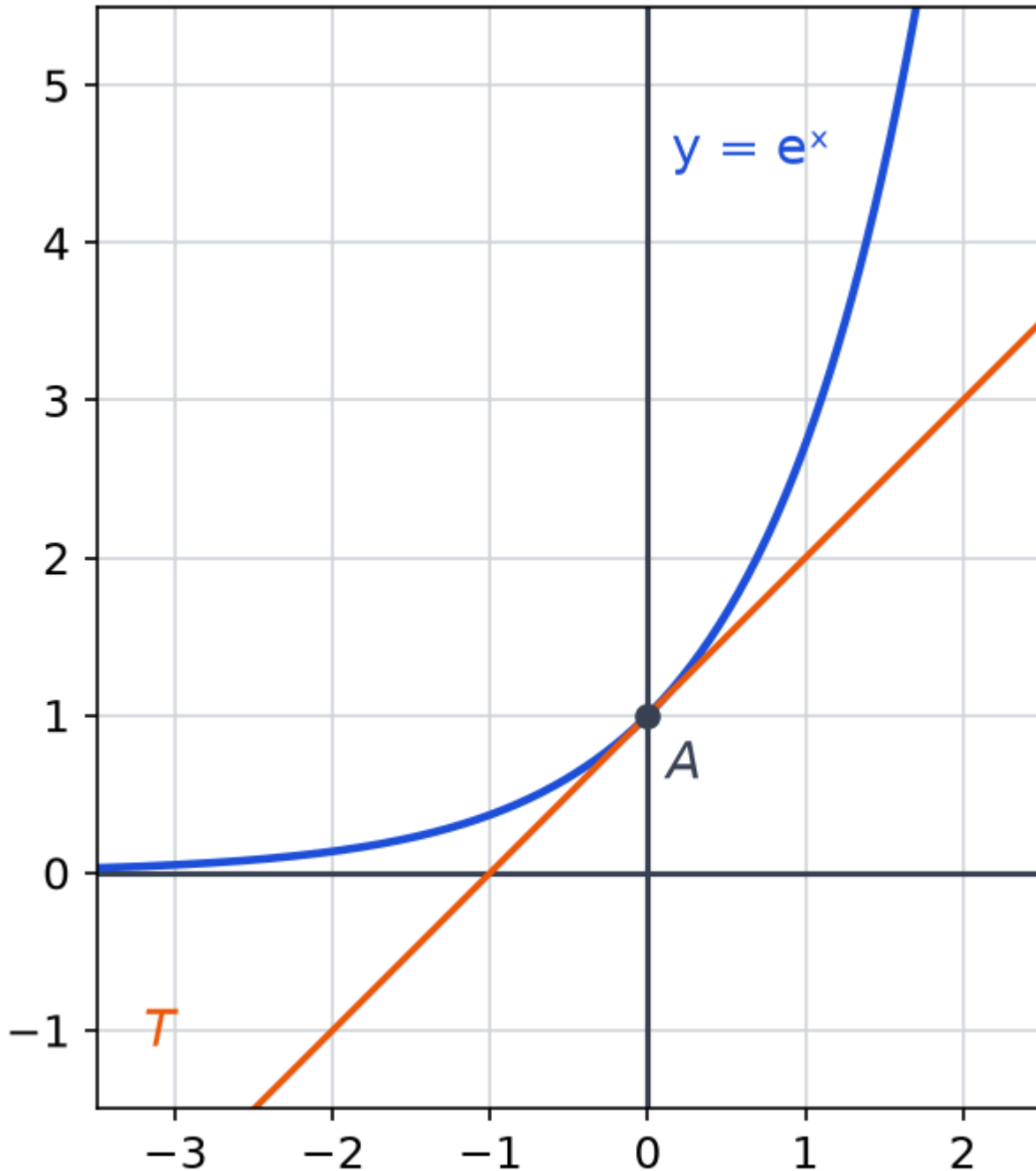
Exercice 2 - Équations et inéquations (4 points)

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et l'inéquation suivantes.

1. $e^{2x-1} = e^{x+3}$ (1 point)
2. $e^{x^2} = e^{3x-2}$ (1 point)
3. $e^{1-2x} < e^{x+7}$ (1 point)
4. $e^{2x} - e = 0$ (1 point)

Exercice 3 - La courbe et sa tangente en 0 (3 points)

On a tracé la courbe de la fonction exponentielle et sa tangente T au point A d'abscisse 0.

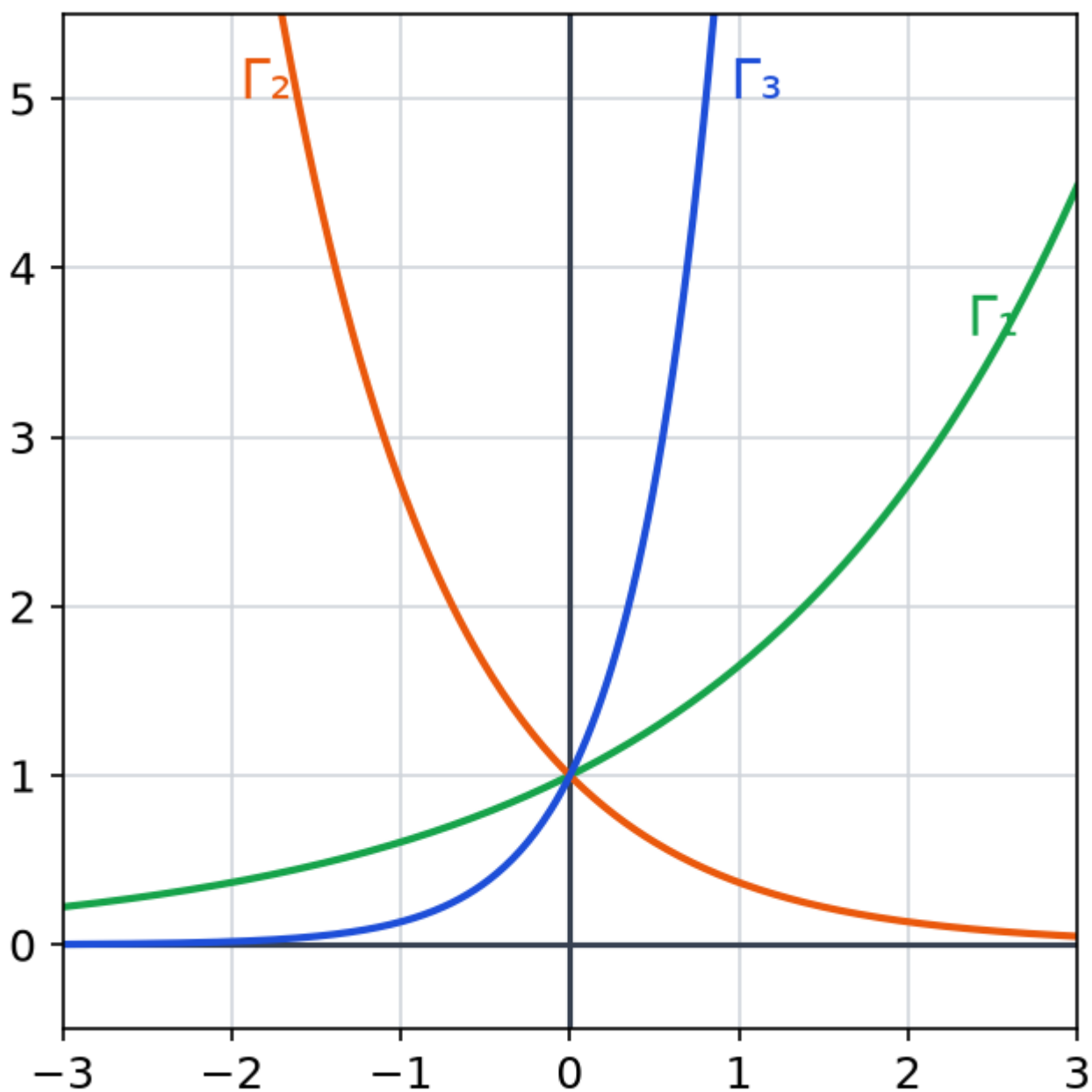


1. Justifie par le calcul que T a pour équation $y = x + 1$. (1 point)
2. D'après le graphique, quelle inégalité relie e^x et $x + 1$ pour tout réel x ? (0,5 point)
3. Déduis-en alors une valeur approchée de $e^{0,1}$ grâce à la tangente. (0,5 point)

4. Sans calculatrice, compare e^{-3} et $e^{-2,5}$, puis justifie ta réponse. (1 point)

Exercice 4 - Trois courbes à reconnaître (3 points)

Pour un réel k , on note f_k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_k(x) = e^{kx}$. Les courbes Γ_1 , Γ_2 et Γ_3 ci-dessous représentent f_{-1} , $f_{0,5}$ et f_2 , mais dans le désordre.



1. Explique pourquoi les trois courbes passent par le même point. (0,5 point)

2. Calcule $f'_k(x)$, puis donne le sens de variation de f_k selon le signe de k . (1 point)
3. Associe chaque fonction à sa courbe. Pour cela, utilise le sens de variation, ainsi que le coefficient directeur de la tangente en 0. (1,5 point)

Exercice 5 - Dérivées et variations (6 points)

Partie A. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-2x+3}$.

1. Calcule $g'(x)$, puis déduis-en le sens de variation de g . (1 point)

Partie B. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x-3)e^x$.

2. Montre que, pour tout réel x , $f'(x) = (2x-1)e^x$. (1,5 point)
3. Étudie le signe de $f'(x)$, puis dresse le tableau de variations de f (sans les limites). Précise la valeur exacte du minimum. (1,5 point)
4. Résous l'équation $f(x) = 0$, et donne ensuite le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x . (1 point)
5. Détermine enfin une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0. (1 point)



Réviser propriétés de l'exponentielle avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon fonction exponentielle avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Exponentielle et modèles d'évolution : contrôle de maths en première
- Suites géométriques et exponentielle : contrôle de maths en première
- Variations et extremums d'une fonction : contrôle de maths en première