Résoudre des équations et inéquations

I. Résoudre des équations :

Définition :

On considère deux expressions algébriques A(x) et B(x) dépendantes de la variable x qui prend ses valeurs dans un ensemble E.

Résoudre dans E l'équation A(x)=B(x) d'**inconnue x**, c'est déterminer l'ensemble des nombres x

dans E tels que l'égalité A(x)=B(x) soit vraie.

Cet ensemble est appelé l'**ensemble solution de l'équation** dans E.

A(x) est appelé le **premier membre** de l'équation et B(x) est appelé le **second membre**.

Définition :

Deux équations sont équivalentes si elles ont le même ensemble solution.

Exemple :

Considérons l'équation suivante :

$$2x+1=3+x \Leftrightarrow, 2x+1-x=3+x-x \Leftrightarrow\ x+1\ =3 \Leftrightarrow\ x+1-1\ =3\ -1 \Leftrightarrow\ x\ =2$$

L'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de cette équation est S={2}.

Propriété : équation-produit.

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul.
$A_1(x)\times\ A_2(x)\times\ A_3(x)\times\ .....A_n(x)=0$

$\Leftrightarrow\ A_1(x)=0$ ou $A_2(x)=0$ ou $A_3(x)=0$ ou .... ou $A_n(x)=0$.

Exemple :

Résoudre l'équation-produit suivantes :

$x(x+1)(2x-3)=0$ équivaut à $x=0$ ou $x=-1$ ou $x=\dfrac{3}{2}$.

Propriété :

On considère des expressions algébriques A(x), B(x), C(x) et D(x) dépendantes de la variable x avec $B(x)\neq\ 0$ et $D(x)\neq\ 0$.Nous avons :

$$\frac{A(x)}{B(x)}=0\Leftrightarrow\ A(x)=0$$

$$\frac{A(x)}{B(x)}=C(x)\Leftrightarrow\ A(x)=B(x)\times\ C(x)$$

$$\frac{A(x)}{B(x)}=\frac{C(x)}{D(x)}\Leftrightarrow A(x)\times\ D(x)=B(x)\times\ C(x)$$

Exemple :

Résoudre l'équation suivante

$$\frac{2x-3}{7}=\frac{5}{2}$$

$$2(2x-3)=7\times\ 54x-6=354x=35+64x=41x=\frac{41}{4}$$

II. Résoudre des inéquations :

Définition :

On considère deux expressions algébriques A(x) et B(x) dépendantes de la variable x qui prend ses valeurs dans un ensemble E.

Résoudre dans E l'inéquation A(x)<B(x) d'**inconnue x**, c'est déterminer l'ensemble des nombres x

dans E tels que l'inégalité A(x)<B(x) soit vraie.

Cet ensemble est appelé l'**ensemble solution de l'inéquation** dans E.

A(x) est appelé le **premier membre** de l'inéquation et B(x) est appelé le **second membre**.

Propriété :

Nous obtenons des inéquations équivalentes lorsque :On additionne un même nombre réels aux deux membres de l'inéquation;

On multiplie (ou divise) chaque membre de l'inéquation par un même **nombre réel strictement positif**;

On multiplie(ou divise), chaque membre de l'inéquation, par un même **nombre réel strictement négatif** et en **changeant le sens de l'inégalité**.

Exemple :

Pour tout nombre x :

$$3x+1<2 \Leftrightarrow 3x+1-1<2-1 \Leftrightarrow 3x \ <1 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} \ < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x<\frac{1}{3}.$$