



Résoudre des équations et inéquations

I. Résoudre des équations :

Définition :

On considère deux expressions algébriques $A(x)$ et $B(x)$ dépendantes de la variable x qui prend ses valeurs dans un ensemble E .

Résoudre dans E l'équation $A(x)=B(x)$ d'**inconnue** x , c'est déterminer l'ensemble des nombres x

dans E tels que l'égalité $A(x)=B(x)$ soit vraie.

Cet ensemble est appelé l'**ensemble solution de l'équation** dans E .

$A(x)$ est appelé le **premier membre** de l'équation et $B(x)$ est appelé le **second membre**.

Définition :

Deux équations sont équivalentes si elles ont le même ensemble solution.

Exemple :

Considérons l'équation suivante :

$$2x + 1 = 3 + x$$

$$\Leftrightarrow, 2x + 1 - x = 3 + x - x$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow x + 1 - 1 = 3 - 1$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

L'ensemble solution dans \mathbb{R} de cette équation est $S=\{2\}$.

Propriété : équation-produit.

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul. $A_1(x) \times A_2(x) \times A_3(x) \times \dots \times A_n(x) = 0$

$\Leftrightarrow A_1(x) = 0$ ou $A_2(x) = 0$ ou $A_3(x) = 0$ ou ou $A_n(x) = 0$.

Exemple :

Résoudre l'équation-produit suivantes :

$$x(x+1)(2x-3) = 0 \text{ équivaut à } x = 0 \text{ ou } x = -1 \text{ ou } x = \frac{3}{2}.$$

Propriété :

On considère des expressions algébriques $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ et $D(x)$ dépendantes de la variable x avec $B(x) \neq 0$ et $D(x) \neq 0$. Nous avons :

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0$$

$$\frac{A(x)}{B(x)} = C(x) \Leftrightarrow A(x) = B(x) \times C(x)$$

$$\frac{A(x)}{B(x)} = \frac{C(x)}{D(x)} \Leftrightarrow A(x) \times D(x) = B(x) \times C(x)$$

Exemple :

Résoudre l'équation suivante

$$\frac{2x-3}{7} = \frac{5}{2}$$

$$2(2x-3) = 7 \times 5$$

$$4x - 6 = 35$$

$$4x = 35 + 6$$

$$4x = 41$$

$$x = \frac{41}{4}$$

II. Résoudre des inéquations :

Définition :

On considère deux expressions algébriques $A(x)$ et $B(x)$ dépendantes de la variable x qui prend ses valeurs dans un ensemble E .

Résoudre dans E l'inéquation $A(x) < B(x)$ d'**inconnue x** , c'est déterminer l'ensemble des nombres x

dans E tels que l'inégalité $A(x) < B(x)$ soit vraie.

Cet ensemble est appelé l'**ensemble solution de l'inéquation** dans E .

$A(x)$ est appelé le **premier membre** de l'inéquation et $B(x)$ est appelé le **second membre**.

Propriété :

Nous obtenons des inéquations équivalentes lorsque : On additionne un même nombre réels aux deux membres de l'inéquation;

On multiplie (ou divise) chaque membre de l'inéquation par un même **nombre réel strictement positif**;

On multiplie(ou divise), chaque membre de l'inéquation, par un même **nombre réel strictement négatif** et en **changeant le sens de l'inégalité**.

Exemple :

Pour tout nombre x :

$$3x + 1 < 2 \Leftrightarrow 3x + 1 - 1 < 2 - 1 \Leftrightarrow 3x < 1 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}.$$