

Second degré et dérivation

Ce qu'évalue le contrôle : second degré et dérivation

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure 30**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitres : Second degré et Dérivation (4 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Trouver rapidement racines, forme canonique et sommet d'un trinôme du second degré
- Calculer des dérivées, un nombre dérivé et l'équation d'une tangente
- Étudier les variations d'un polynôme de degré 3 à partir du signe de sa dérivée
- Déterminer les points d'une courbe où la tangente est parallèle à une droite donnée
- Résoudre un problème d'optimisation de volume à l'aide de la dérivée

Avant de commencer

Traite les automatismes en premier, en quinze minutes au plus, puis garde le reste du temps pour les études de fonctions. Chaque fois que la dérivée est un trinôme, **factorise-la** ou calcule son discriminant avant de dresser le tableau. Pour une tangente parallèle, pense que c'est le **nombre dérivé** qui doit égaler le coefficient directeur. Dans le problème, vérifie enfin que chaque racine appartient bien à l'**intervalle d'étude**.

Le sujet du contrôle : second degré et dérivation

Exercice 1 - Automatismes (4 points)

Réponds directement, car aucune justification détaillée n'est demandée. Ainsi, chaque question est notée sur 0,5 point.

1. Donne les racines du trinôme $x^2 - 5x + 6$. (0,5 point)
2. Écris ensuite $x^2 + 6x + 11$ sous forme canonique. (0,5 point)
3. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 - 9 < 0$. (0,5 point)
4. Quelles sont les coordonnées du sommet de la parabole d'équation $y = 2(x-1)^2 - 3$? (0,5 point)
5. Puis calcule la dérivée de $f(x) = 4x^3 - x^2 + 7$. (0,5 point)
6. Sur $]0; +\infty[$, on pose $g(x) = \frac{5}{x}$. Donne $g'(x)$. (0,5 point)
7. Pour $k(x) = x^2 + 3x$, que vaut le nombre dérivé $k'(2)$? (0,5 point)
8. Enfin, donne l'équation de la tangente en 0 à la courbe de $m(x) = x^2 - 4x + 1$. (0,5 point)

Exercice 2 - Une parabole à retrouver (3 points)

La fonction p est un polynôme du second degré. De plus, sa courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses -1 et 5 , puis l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 5 .

1. Écris d'abord $p(x)$ sous forme factorisée, puis sous forme développée. (1 point)

2. Détermine ensuite sa forme canonique et déduis-en le maximum de p . (1 point)
3. Résous enfin l'inéquation $p(x) \geq 5$. (1 point)

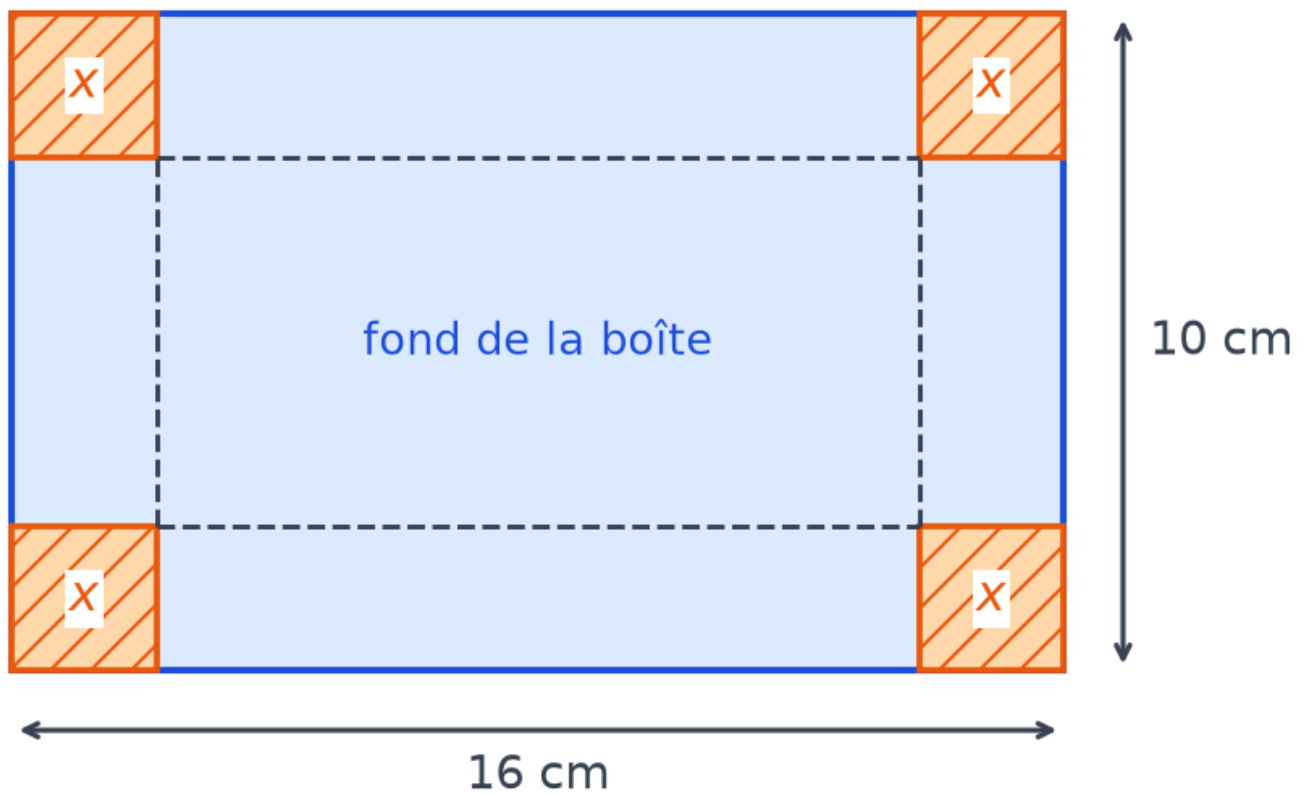
Exercice 3 - Un polynôme de degré 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$, et $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère.

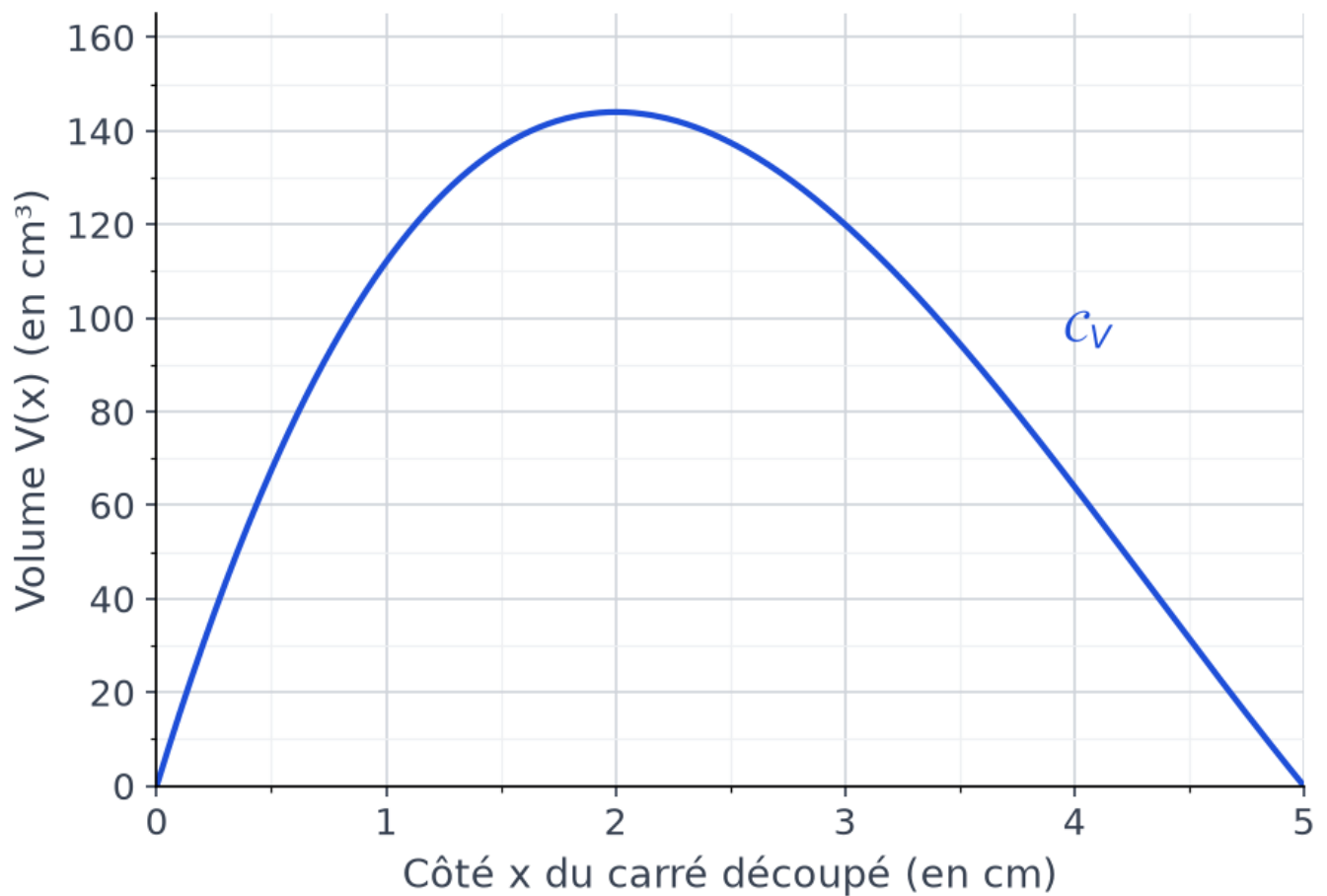
1. Calcule tout d'abord $f'(x)$. (1 point)
2. Étudie le signe du trinôme $f'(x)$ à l'aide de son discriminant. (1,5 point)
3. Dresse alors le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$, en y indiquant les valeurs des extremums locaux. (1,5 point)
4. On considère la droite Δ d'équation $y = -9x + 2$. Existe-t-il alors des points de $\mathcal{C}_f$ où la tangente est parallèle à Δ ? Si oui, donne leurs coordonnées et l'équation de chaque tangente. (2 points)

Exercice 4 - La boîte sans couvercle (7 points)

Lina dispose d'une plaque de carton rectangulaire de 16 cm sur 10 cm. Elle découpe d'abord un carré de côté x cm à chaque coin, puis elle relève les bords le long des pointillés pour obtenir une boîte sans couvercle. La figure n'est pas à l'échelle.



Par ailleurs, la courbe ci-dessous représente le volume $V(x)$ de la boîte, en cm^3 , en fonction de x .



1. Explique pourquoi x appartient à $]0;5[$, puis exprime les dimensions de la boîte en fonction de x . (1 point)
2. Montre ensuite que $V(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$. (1 point)
3. Calcule $V'(x)$, puis vérifie que $V'(x) = 4(3x^2 - 26x + 40)$. (1 point)
4. Détermine donc les racines du trinôme $3x^2 - 26x + 40$. (1 point)
5. Dresse alors le tableau de variations de V sur $]0;5[$. (1,5 point)
6. Quelle valeur de x Lina doit-elle choisir pour obtenir le plus grand volume ? Donne alors ce volume et les dimensions de la boîte. (1 point)
7. Enfin, que peut-on dire de la tangente à la courbe de V au point d'abscisse 2 ? Justifie. (0,5 point)



Réviser second degré et dérivation avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon les équations et les inéquations du second degré puis dérivée d'une fonction ; entraîne-toi sur la fiche second degré et polynômes et dérivée avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Équations du second degré : contrôle de maths en première
- Second degré et optimisation : contrôle de maths en première
- Nombre dérivé et équation de tangente : contrôle de maths en première
- Dérivées et approximation affine : contrôle de maths en première