

Suites arithmétiques et géométriques

Ce qu'évalue le contrôle : suites arithmétiques et géométriques

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure**
- Calculatrice **interdite**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Suites numériques (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Calculer des termes d'une suite définie de façon explicite ou par une relation de récurrence
- Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique grâce à la différence ou au quotient de deux termes consécutifs
- Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique à partir de son premier terme et de sa raison
- Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique et la somme $1 + q + q^2 + \dots + q^n$
- Comparer deux modèles de croissance, linéaire et exponentielle, dans une situation concrète

Avant de commencer

Avant de conclure sur la nature d'une suite, calcule **au moins trois termes** : un seul écart ne prouve rien. Pour démontrer, en revanche, exprime $u_{n+1} - u_n$ ou $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ en fonction de n . Dans une somme, compte d'abord le **nombre de termes**, car c'est l'erreur la plus fréquente. Enfin, vérifie chaque formule sur le premier terme, puis relis le rang de départ de la suite, qui vaut 0 ou 1 selon l'énoncé.

Le sujet du contrôle : suites arithmétiques et géométriques

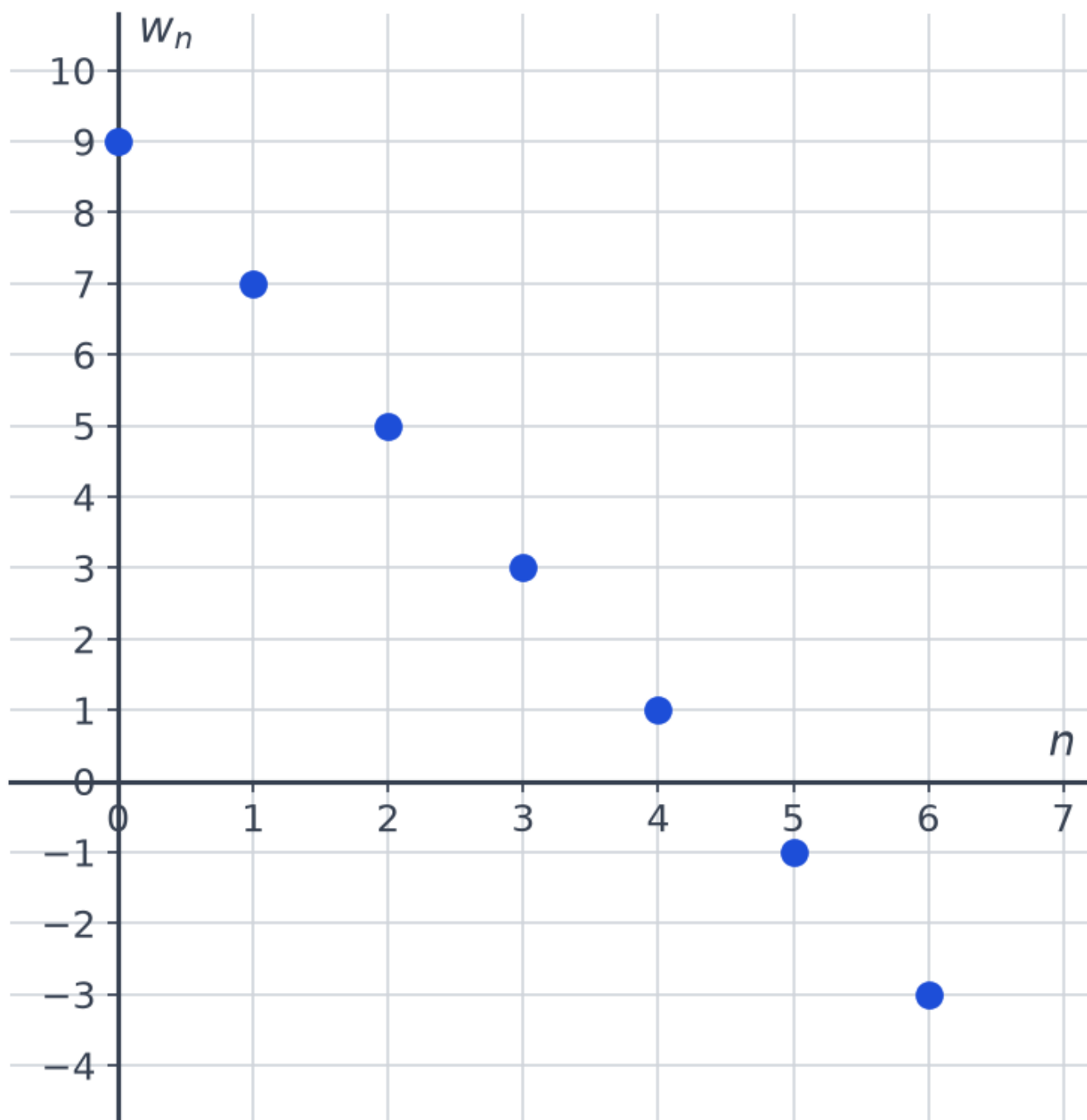
Exercice 1 - Premiers termes de deux suites (4 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 3n + 1$. On considère ensuite la suite (v_n) définie par $v_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 3v_n - 4$.

1. Calcule d'abord u_0 , u_4 et u_{10} . (1 point)
2. Calcule ensuite v_1 , v_2 et v_3 . (1 point)
3. Exprime u_{n+1} en fonction de n , puis réduis l'expression obtenue. (1 point)
4. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Justifie ta réponse avec ses trois premiers termes. (1 point)

Exercice 2 - Une suite lue dans un repère (4 points)

Le graphique ci-dessous représente les sept premiers termes d'une suite (w_n) : le point d'abscisse n a pour ordonnée w_n .



1. Lis d'abord sur le graphique les valeurs de w_0 , w_1 , w_2 et w_3 . (1 point)
2. Quelle conjecture peux-tu faire sur la nature de la suite (w_n) ? Précise sa raison. (1 point)
3. On admet cette conjecture. Donne alors l'expression de w_n en fonction de n . (1 point)
4. Calcule w_{50} , puis détermine le plus petit entier n tel que $w_n < -100$. (1 point)

Exercice 3 - Arithmétique, géométrie ou ni l'une ni l'autre (4 points)

Pour chacune des suites suivantes, définies pour tout entier naturel n , indique si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'une ni l'autre. Justifie chaque réponse, car une affirmation seule ne rapporte aucun point.

1. $a_n = 5 - 3n$. (1 point)
2. $b_n = 3 \times 2^{n+1}$. Précise aussi son premier terme b_0 . (1 point)
3. $c_n = n^2 + 1$. (1 point)
4. Une suite géométrique (d_n) à termes positifs vérifie les valeurs du tableau suivant. Trouve sa raison q , puis d_0 , et écris enfin d_n en fonction de n . (1 point)

n	0	1	2	3
d_n	...	12	...	3

Exercice 4 - Trois sommes à calculer (3,5 points)

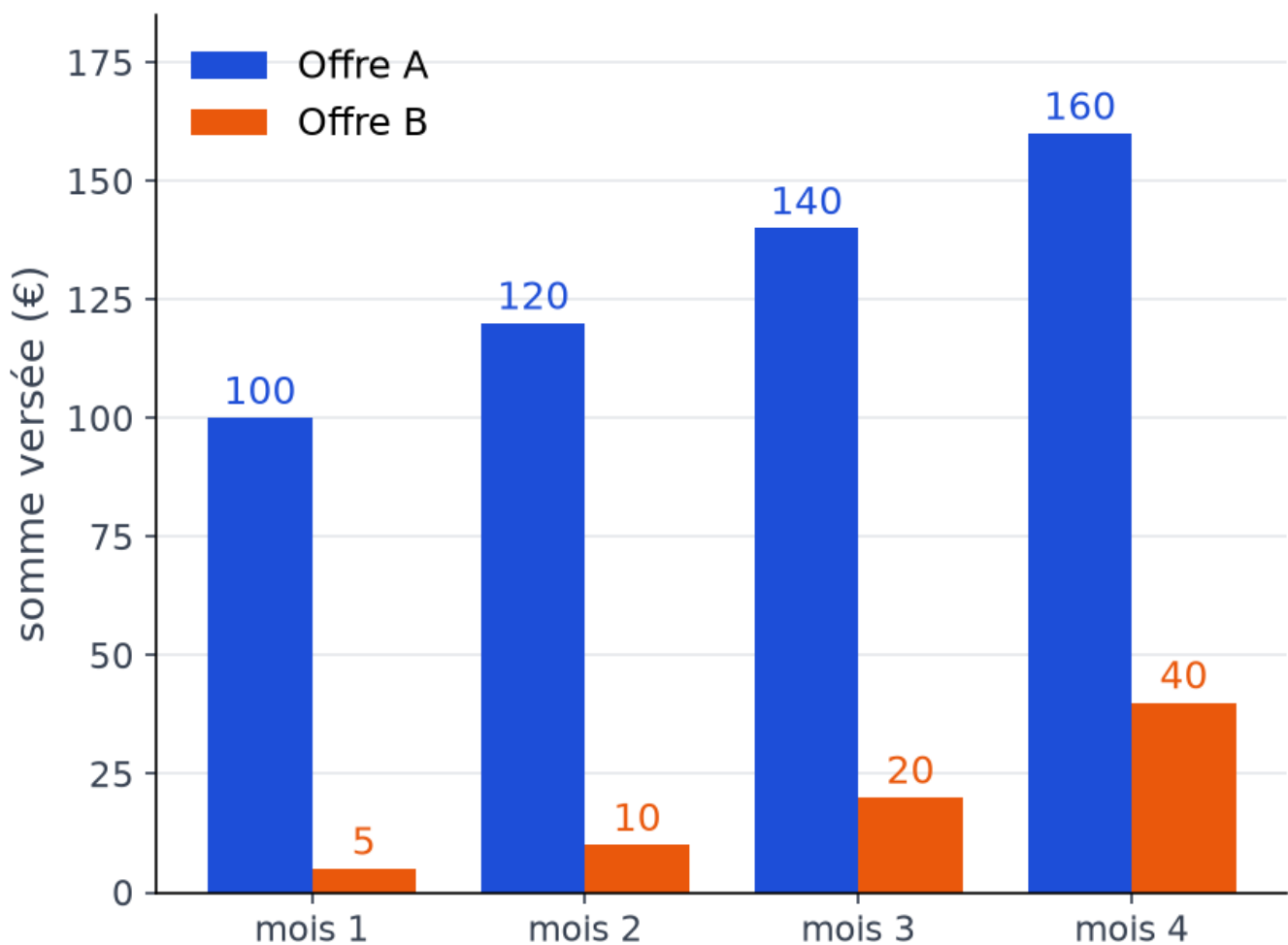
Calcule les sommes suivantes sans calculatrice. Cite aussi, à chaque fois, la formule du cours utilisée.

1. $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9$. (1 point)
2. $T = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99$, c'est-à-dire la somme des nombres impairs de 1 à 99. Commence par compter ses termes. (1,5 point)
3. La somme des six premiers termes $g_0 + g_1 + \dots + g_5$ de la suite géométrique de premier terme $g_0 = 4$ et de raison 3. (1 point)

Exercice 5 - Deux offres pour financer un projet (4,5 points)

Pour financer un voyage scolaire, Maëlys reçoit de sa famille une somme versée chaque mois. Elle doit donc choisir entre deux offres.

Avec l'offre A, elle reçoit 100 € le premier mois, puis chaque mois 20 € de plus que le mois précédent. Avec l'offre B, en revanche, elle reçoit 5 € le premier mois, puis chaque mois le double du mois précédent. Par ailleurs, le diagramme donne les versements des quatre premiers mois.



On note a_n et b_n les sommes versées le n -ième mois avec les offres A et B, pour $n \geq 1$.

1. Vérifie les valeurs de a_2 , a_3 , b_2 et b_3 lues sur le diagramme. (0,5 point)
2. Donne la nature de chaque suite avec sa raison, puis exprime a_n et b_n en fonction de n . (1,5 point)

3. À partir de quel mois le versement de l'offre B dépasse-t-il celui de l'offre A ? Présente tes calculs dans un tableau. (1 point)
4. Le voyage a lieu après 8 mois de versements. Calcule le total reçu avec chaque offre, puis conseille Maëlys. (1,5 point)



Réviser suites arithmétiques et géométriques avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon suites numériques ; entraîne-toi sur la fiche les suites et limites et variations de suites avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Suites numériques et modélisation : contrôle de maths en première
- Suites géométriques et exponentielle : contrôle de maths en première
- Équations du second degré : contrôle de maths en première