

Suites géométriques et exponentielle

Ce qu'évalue le contrôle : suites géométriques et exponentielle

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **2 heures**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitres : Suites numériques et Fonction exponentielle (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Reconnaître qu'une suite de la forme $u_n = a \cdot r^n$ est géométrique et en donner la raison
- Calculer un terme et une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique
- Comparer un modèle discret par une suite et un modèle continu par une fonction exponentielle
- Compléter et exécuter un algorithme Python de seuil avec une boucle while
- Étudier le sens de variation d'une suite géométrique et d'une fonction exponentielle

Avant de commencer

Commence par l'exercice 1 sans calculatrice, car les **règles de calcul sur les puissances** et

sur l'exponentielle y rapportent vite des points. Pour prouver qu'une suite est géométrique, écris toujours u_{n+1} en fonction de u_n , puis isole le facteur constant. Ensuite, dans l'exercice 3, ne confonds pas la raison $1,2$ et le nombre $e^{0,18}$. Enfin, pour le programme Python, fais tourner la boucle à la main sur deux passages afin de **vérifier la condition d'arrêt**.

Le sujet du contrôle : suites géométriques et exponentielle

Exercice 1 - Automatismes sans calculatrice (4 points)

Pour cet exercice, la calculatrice reste rangée. Réponds en donnant une valeur exacte, puis justifie brièvement.

1. Écris le nombre $A = \frac{1}{e^3} \times e^{-1} e^4$ sous la forme la plus simple possible. (1 point)
2. La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ avec $v_1 = 6$. Calcule alors v_4 . (1 point)
3. Donne ensuite la valeur de la somme $S = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$. (1 point)
4. Enfin, résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x-1} = e^{x+3}$. (1 point)

Exercice 2 - Une suite née de l'exponentielle (4 points)

On définit la suite (w_n) pour tout entier naturel n par $w_n = e^{1-0,4n}$.

1. Donne la valeur exacte de w_0 et de w_1 . (0,5 point)
2. Démonstre que la suite (w_n) est géométrique, puis précise son premier terme et sa raison. (1 point)

3. Déduis-en le sens de variation de (w_n) , en justifiant. (1 point)
4. On note T la somme des dix premiers termes, de w_0 jusqu'à w_9 inclus. Exprime T à l'aide de e , puis donne une valeur approchée au centième. (1,5 point)

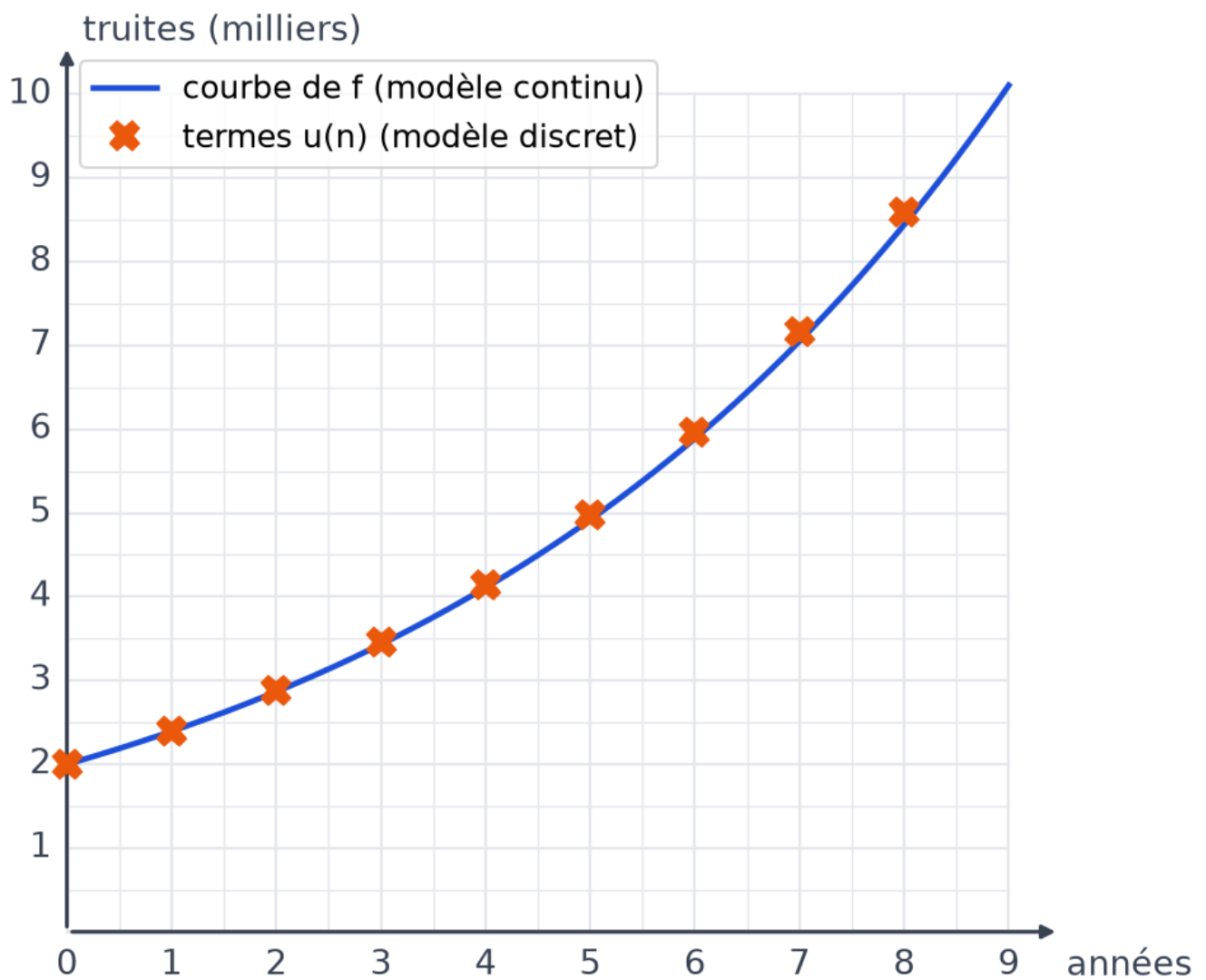
Exercice 3 - Les truites de l'étang (6 points)

Au 1er janvier 2026, Bastien lâche 2 000 truites dans l'étang de sa pisciculture. Il hésite ensuite entre deux modèles pour prévoir l'évolution de la population, exprimée en milliers de truites.

Modèle discret : chaque année, la population augmente de 20 %. On note u_n le nombre de milliers de truites au 1er janvier de l'année $2026+n$, donc $u_0 = 2$.

Modèle continu : au bout de t années, avec $t \geq 0$, la population vaut $f(t) = 2e^{0,18t}$ milliers de truites.

Le graphique ci-dessous représente les termes u_0 à u_8 et la courbe de f dans le même repère.



1. Justifie que la suite (u_n) est géométrique, puis exprime u_n en fonction de n . (1 point)
2. Calcule u_5 , puis interprète ce nombre en truites. (0,5 point)
3. Calcule $f'(t)$ et déduis-en le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$. (1 point)
4. Montre que, pour tout entier naturel n , $f(n) = 2 \times (e^{0,18})^n$. Compare ensuite les nombres $e^{0,18}$ et $1,2$: quel modèle prévoit le plus de truites après une année entière ou plus ? (1,5 point)
5. Par lecture graphique, estime au dixième d'année près le moment où, selon le modèle continu, la population atteint 6 000 truites. (1 point)
6. Calcule u_8 et $f(8)$ au millième. Quel écart, en nombre de truites, sépare les deux prévisions au 1er janvier 2034 ? Commente ce résultat. (1 point)

Exercice 4 - Un seuil cherché en Python (3 points)

L'étang ne peut pas nourrir plus de 10 000 truites. Bastien veut donc savoir au bout de combien d'années le modèle discret de l'exercice 3 dépasse 10 milliers de truites. Pour cela, il écrit la fonction Python incomplète ci-dessous.

```
1  def seuil():
2      n = 0
3      u = 2
4      while ..... :
5          n = n + 1
6          u = .....
7      return n
```

Il affiche aussi, avec sa calculatrice, quelques valeurs de u_n arrondies au millième.

n	6	7	8	9	10	11
$u(n)$	5,972	7,166	8,600	10,320	12,383	14,860

1. Recopie et complète les lignes 4 et 6 du programme. (1 point)
2. À l'aide du tableau, détermine la valeur renvoyée par `seuil()`. (1 point)
3. Interprète ce résultat dans le contexte de l'étang. (0,5 point)

4. Quand le seuil passe à 12 000 truites, quelle modification faut-il faire, et quelle valeur la fonction renvoie-t-elle alors ? (0,5 point)

Exercice 5 - La lumière sous la mer (3 points)

Salomé prépare une plongée photo. D'après un modèle simple, l'intensité lumineuse à x mètres sous la surface vaut $L(x) = 100e^{-0,1x}$, en pourcentage de l'intensité mesurée à la surface.

1. Montre que, pour tout réel $x \geq 0$, $L(x+1) = e^{-0,1} \times L(x)$. Traduis ensuite ce résultat par un pourcentage de baisse, arrondi au dixième. (1 point)
2. On relève l'intensité tous les 5 mètres : on pose $p_k = L(5k)$ pour tout entier naturel k . Démontre que (p_k) est géométrique, puis calcule p_2 arrondi au dixième. (1 point)
3. L'appareil de Salomé exige au moins 25 % de la lumière de surface. Justifie d'abord que L est décroissante, puis détermine, au mètre près, la profondeur maximale à laquelle elle peut photographier sans flash. (1 point)



Réviser suites géométriques et exponentielle avant le

contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon suites numériques puis fonction exponentielle ; entraîne-toi sur la fiche les suites et limites et variations de suites avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Suites arithmétiques et géométriques : contrôle de maths en première
- Suites numériques et modélisation : contrôle de maths en première
- Propriétés de l'exponentielle : contrôle de maths en première
- Exponentielle et modèles d'évolution : contrôle de maths en première