Cours de maths en 1ère

Suites numériques

I.Mode de génération d'une suite numérique

Définition : suite numérique.

> Une suite numérique est une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$.L'image de l'entier n par la suite est noté u_n.
>
> On l'appelle **terme d'indice n de la suite**.
>
> Cette suite est notée (u_n) ou encore, u.

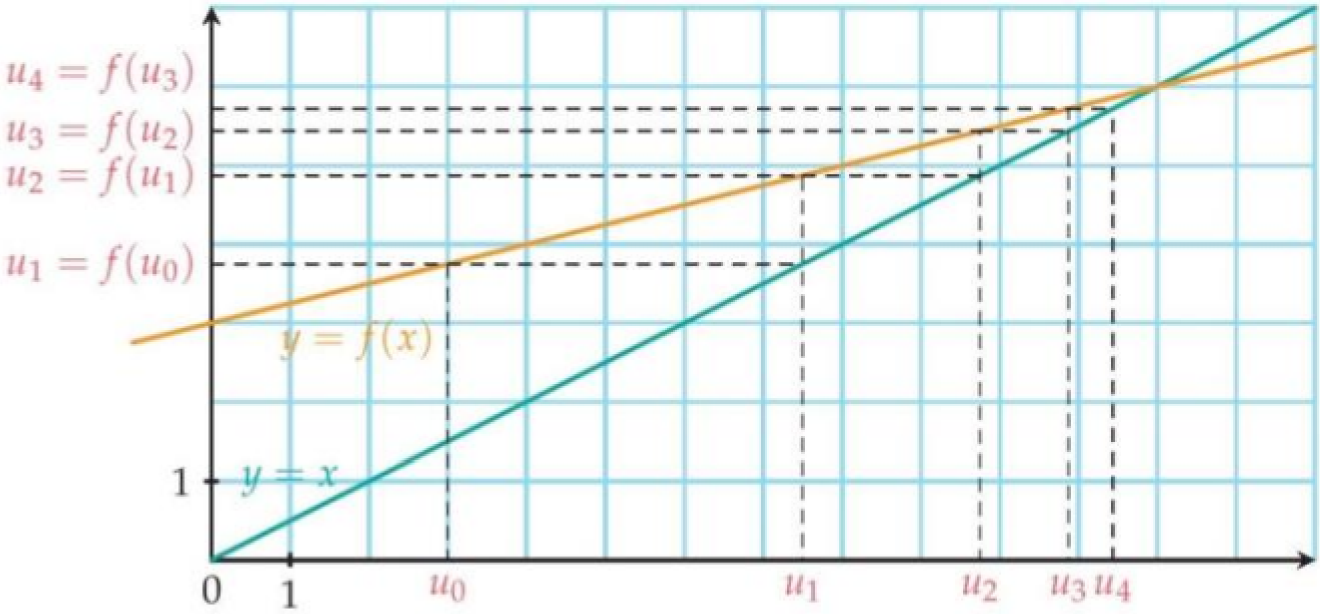
Définition : suite définie par une relation de récurrence.

> Définir une suite par une **relation de récurrence**, c'est donner le premier terme de la suiteet une méthode de calcul de u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n.

Exemple :

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 6$.



II.Les suites arithmétiques

Définition :

On dit qu'une suite (u_n) est **arithmétique**, s'il existe un nombre réel r tel que pour tout entier naturel ,on a $u_{n+1} = u_n + r$.

Le réel r est appelé **raison** de la suite arithmétique (u_n).

Théorème : forme explicite d'une suite arithmétique.

- Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r, alors pour tout entier naturel n, on : $u_n = u_0 + nr$.
- Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r, alors pour tous les entiers naturels n et k avec n>k, on : $u_n = u_k + (n-k)r$.

Propriété : somme des premiers entiers.

La somme des n premiers entiers est donnée par :
$S_n = 0 + 1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Propriété : somme des premiers termes.

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétiques de raison $r \neq , 1$ est donnée par :$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n = (n+1)\frac{u_0 + u_n}{2}$.

III.Les suites géométriques

Définition :

On dit qu'une suite (u_n) est **géométrique**, s'il existe un nombre réel q non nul tel que pour tout entier naturel ,on a $u_{n+1} = u_n , \times , q$.

Le réel q est appelé **raison** de la suite géométrique (u_n).

Théorème : forme explicite d'une suite géométrique.

- Si (u_n) est une suite arithmétique de raison q, alors pour tout entier naturel n, on : $u_n = u_0 , \times , q^n$.
- Si (u_n) est une suite arithmétique de raison q, alors pour tous les entiers naturels n et k avec n>k, on : $u_n = u_k , \times , q^{n-k}$.

Propriété : somme des premières puissances.

Pour tout réel q non nul et différent de 1,

$$\sum_{0}^{n} q^k = 1 + q + q^2 + q^3 + ... + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$