

Suites numériques et modélisation

Ce qu'évalue le contrôle : suites numériques et modélisation

L'essentiel du sujet

- Niveau **première**
- Durée **1 heure 30**
- Calculatrice **autorisée**
- Barème **sur 20**

Chapitre : Suites numériques (5 exercices)

Ce que ce devoir vérifie :

- Modéliser une situation concrète par une suite arithmétique ou géométrique
- Étudier le sens de variation d'une suite à partir de la différence de deux termes consécutifs
- Conjecturer le comportement d'une suite à partir d'une construction en escalier sur la droite d'équation $y = x$
- Utiliser une suite auxiliaire géométrique pour obtenir le terme général d'une suite arithmético-géométrique
- Compléter et exécuter une fonction Python de seuil écrite avec une boucle while

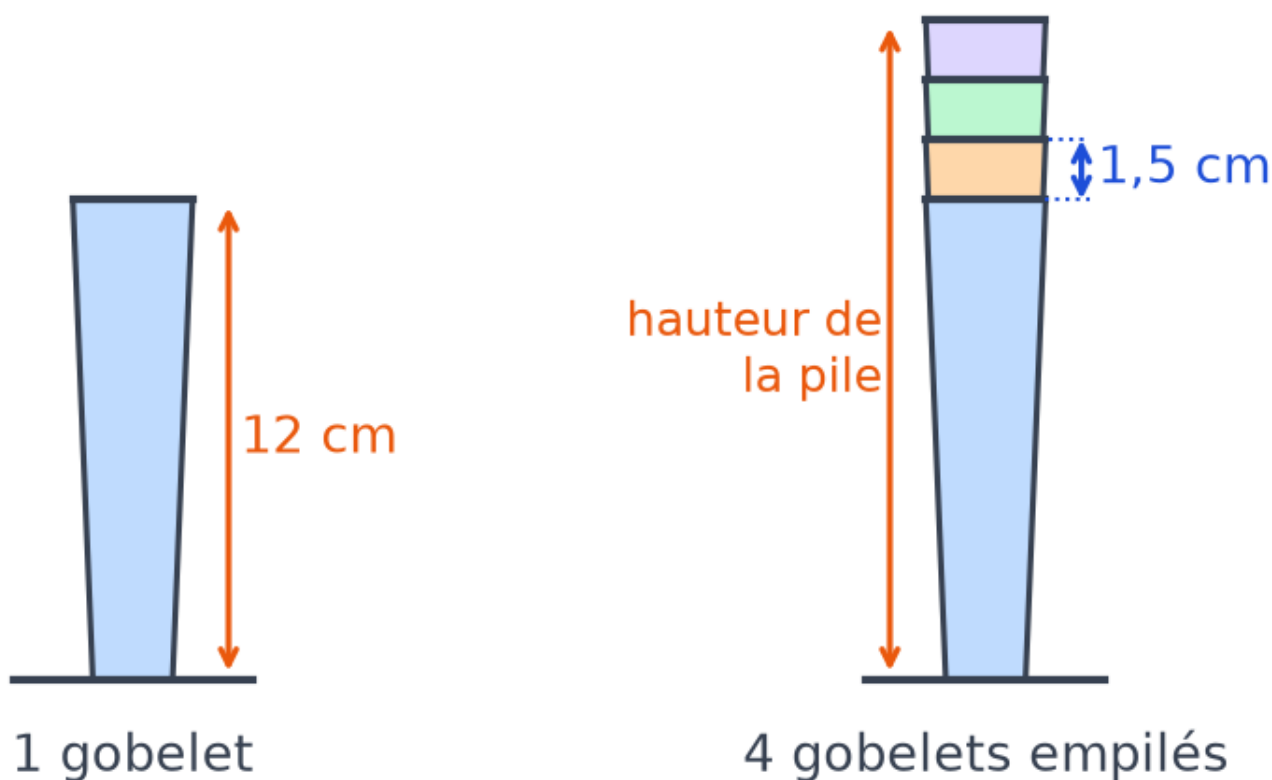
Avant de commencer

Commence par **nommer clairement ta suite** et préciser ce que représente l'indice n , car la moitié des erreurs vient d'un décalage d'un an ou d'un mois. Ensuite, pour prouver qu'une suite est géométrique, calcule la différence ou le quotient de manière générale, et pas seulement sur deux termes. Dans l'exercice 4, suis pas à pas le guidage de la **suite auxiliaire**. Enfin, contrôle chaque seuil en calculant le terme juste avant et celui juste après.

Le sujet du contrôle : suites numériques et modélisation

Exercice 1 - La pile de gobelets (3 points)

Dans une cantine, les gobelets en plastique sont rangés en piles. Un gobelet seul mesure 12 cm de haut. Quand on pose un gobelet sur une pile, celle-ci gagne $1,5\text{ cm}$ de hauteur, car il s'emboîte dans le précédent.



Pour tout entier $n \geq 1$, on note h_n la hauteur en centimètres d'une pile de n gobelets. Ainsi, $h_1 = 12$.

1. Calcule h_2 et h_3 . (0,5 point)
2. Justifie que la suite (h_n) est arithmétique, puis exprime h_n en fonction de n . (1 point)
3. Montre qu'une pile de 31 gobelets mesure 57 cm. (0,5 point)
4. Le placard dispose d'une étagère haute de 50 cm. Détermine alors le nombre maximal de gobelets d'une pile qui tient sous cette étagère. (1 point)

Exercice 2 - Le livret d'épargne de Maëlle (3,5 points)

Le 1^{er} janvier 2026, Maëlle place 2000 € sur un livret rémunéré à 3% par an, à intérêts composés : chaque année, les intérêts s'ajoutent au capital et rapportent à leur tour. Elle ne fait ensuite aucun retrait ni aucun dépôt.

On note u_n le capital, en euros, au 1^{er} janvier de l'année $2026+n$. Donc $u_0 = 2000$.

1. Calcule u_1 et u_2 . (1 point)
2. Explique pourquoi (u_n) est une suite géométrique, puis donne l'expression de u_n en fonction de n . (1 point)
3. Étudie le sens de variation de la suite (u_n) . (1 point)
4. Quel capital Maëlle aura-t-elle au 1^{er} janvier 2036 ? Donne aussi le montant total des intérêts gagnés, au centime près. (0,5 point)

Exercice 3 - Les abonnés d'une plateforme (4 points)

Une plateforme de podcasts compte 5000 abonnés au début du mois de janvier 2026. D'après

une étude, le nombre d'abonnés augmente ensuite de 4% chaque mois.

On note a_n le nombre d'abonnés au début du n -ième mois après janvier 2026 : ainsi $a_0 = 5000$ (janvier 2026) et a_1 correspond à février 2026.

1. Calcule a_1 et a_2 . (0,5 point)
2. Exprime a_n en fonction de n , puis précise le sens de variation de la suite (a_n) en justifiant. (1 point)

La direction veut savoir quand le nombre d'abonnés dépassera un seuil S . Pour cela, elle utilise la fonction Python ci-dessous, dont deux lignes sont incomplètes.

```
1  def  seuil(S):  
2      n = 0  
3      a = 5000  
4      while ..... :  
5          n = n + 1  
6          a = .....  
7      return  n
```

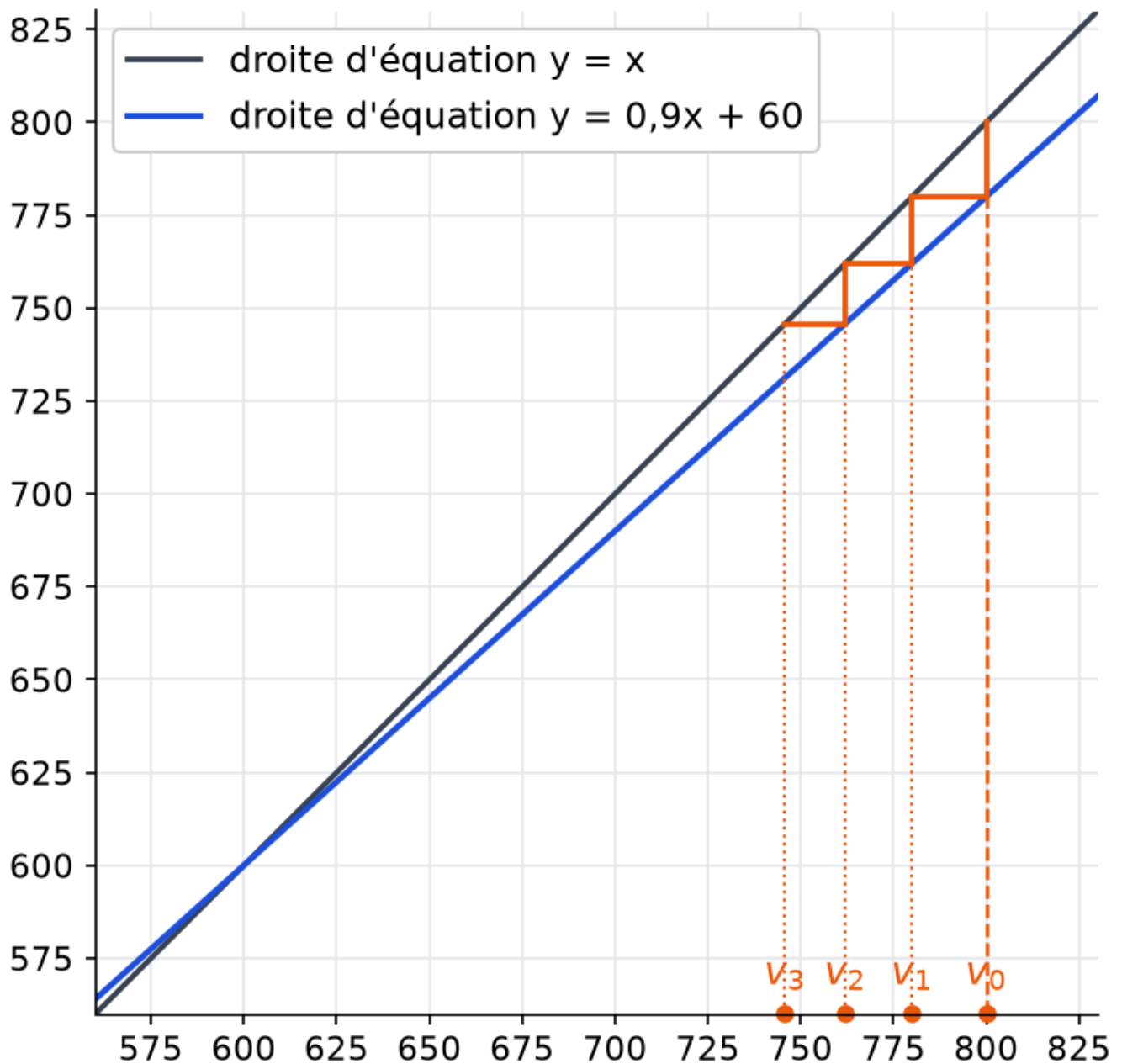
3. Recopie et complète les lignes 4 et 6 de la fonction. (1 point)
4. Quelle valeur renvoie l'appel `seuil(10000)` ? Justifie par un calcul, puis interprète ce résultat dans le contexte. (1,5 point)

Exercice 4 - Le parc de vélos en libre-service (6 points)

Au 1^{er} janvier 2026, une ville dispose de 800 vélos en libre-service. Chaque mois, 10% des vélos du parc sont retirés, car ils sont abîmés ou volés ; de plus, la ville en ajoute 60 neufs.

On note v_n le nombre de vélos au début du n -ième mois après janvier 2026, donc $v_0 = 800$.

1. Calcule v_1 et v_2 , puis justifie que, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 0,9v_n + 60$. (1 point)
2. La figure ci-dessous montre les droites d'équations $y = x$ et $y = 0,9x + 60$, ainsi que le début d'une construction en escalier. Explique comment on obtient v_1 à partir de v_0 sur ce graphique, puis conjecture le sens de variation de (v_n) et la valeur dont les termes semblent se rapprocher. (1 point)



Pour tout entier naturel n , on pose $w_n = v_n - 600$.

3. Démontre que la suite (w_n) est géométrique ; précise sa raison et son premier terme. (1,5 point)
4. Exprime w_n en fonction de n , puis déduis-en que $v_n = 600 + 200 \times 0,9^n$. (1 point)
5. Démontre que la suite (v_n) est décroissante. (0,5 point)
6. La ville lance une campagne de réparation quand le parc passe sous 650 vélos. À partir de quel mois cela se produira-t-il ? (1 point)

Exercice 5 - Deux offres d'emploi pour Samir (3,5 points)

Samir hésite entre deux entreprises qui lui proposent un contrat de dix ans.

- Offre A : un salaire de 24000 € la première année, puis une hausse de 600 € par an.
- Offre B : un salaire de 23000 € la première année, puis une hausse de 4% par an.

On note A_n et B_n les salaires annuels de l'année numéro $n+1$; par exemple, $A_0 = 24000$ et $B_0 = 23000$.

Année	1 ^{re}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e
Offre A (en €)	24 000	24 600			
Offre B (en €)	23 000	23 920			

1. Complète le tableau, en arrondissant au centime les salaires de l'offre B. (1 point)
2. À partir de quelle année le salaire de l'offre B dépasse-t-il celui de l'offre A ? (1 point)
3. Calcule la somme totale perçue sur les dix années avec chaque offre. Quelle offre Samir a-t-il donc intérêt à choisir ? (1,5 point)



Réviser suites numériques et modélisation avant le contrôle

Si un exercice t'a bloqué, relis la leçon suites numériques ; entraîne-toi sur la fiche les suites et limites et variations de suites avant de retenter le sujet.

La page **contrôles de maths en première** regroupe les 25 sujets de l'année, et la rubrique contrôles corrigés du CP à la terminale permet de changer de niveau.

Sujets proches à faire ensuite

- Suites arithmétiques et géométriques : contrôle de maths en première
- Suites géométriques et exponentielle : contrôle de maths en première
- Second degré et optimisation : contrôle de maths en première