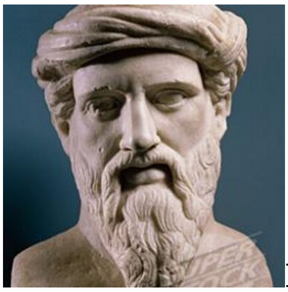
Cours de maths en 4ème

Théorème de Pythagore

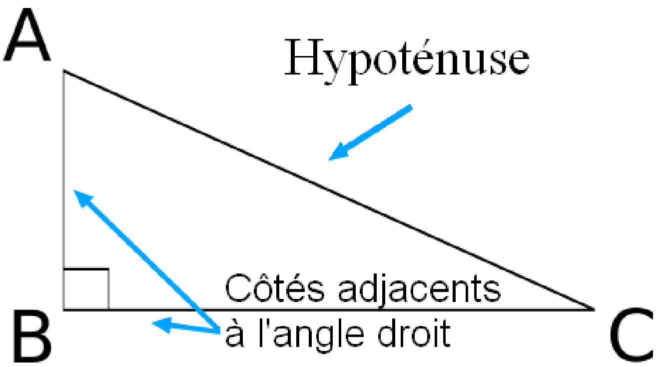
**Pythagore** est né à Samos vers 580 av J.C et il est décédé vers 495 av J.C .

Il était pluridisciplinaire, il s'intéressait à la philosophie, aux mathématiques, aux sciences et à l'astronomie.

Il participa aux jeux olympiques à l'âge de 17 ans et remporta toutes les épreuves du pugilat (ancêtre de la boxe).

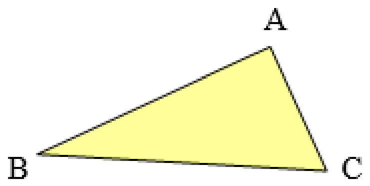
I. La partie directe du théorème de Pythagore :

1.Vocabulaire sur le triangle rectangle :



2.Activité d'introduction :

Soit ABC un triangle rectangle en A.



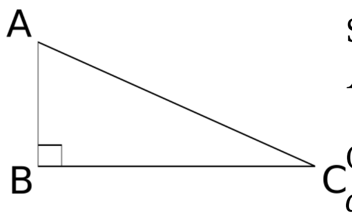
1.Compléter le tableau pour les trois triangles suivants :

AB	AC	BC	AB^2	AC^2	BC^2	AB^2+AC^2
3	4	5				
6	8	10				
5	12	13				

2.Quelle conjecture peut-on émettre ?

3.Partie directe du théorème de Pythagore :

Propriété :



Si ABC est un triangle rectangle en B alors $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

On dit que «*le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés adjacents à l'angle droit*».

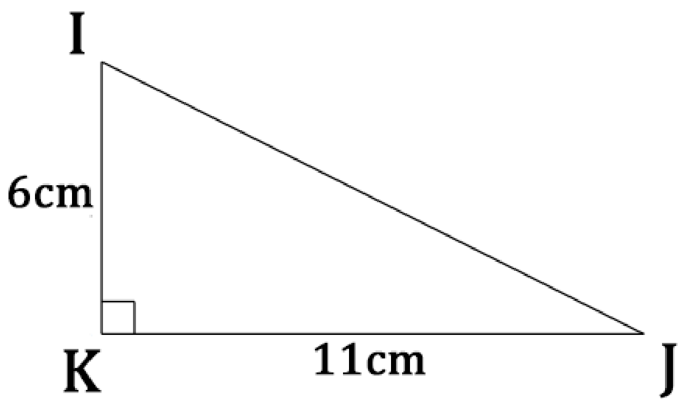
Remarque :

La **partie directe du théorème de Pythagore** nous permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle en connaissant la valeur des longueurs des deux autres côtés.

Exemples :

1.Soit un triangle rectangle IKJ rectangle en K tel que KI=6 cm et KJ = 11 cm.

Calculer la valeur de IJ. Arrondir le résultat au dixième.



Le triangle KIJ est rectangle en K.

Je peux appliquer la partie directe du théorème de Pythagore :

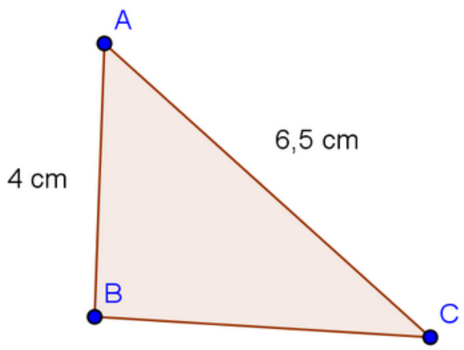
$$IJ^2 = KJ^2 + KI^2$$
$$IJ^2 = 11^2 + 6^2$$

Les puissances sont prioritaires car elles contiennent des multiplications.

$$IJ^2 = 121 + 36$$
$$IJ^2 = 157$$
$$IJ = \sqrt{157}$$
$$IJ \approx 12,5\,cm$$

2.Soit un triangle rectangle ABC rectangle en B tel que AC=6,5 cm et AB = 4 cm.

Calculer la valeur de BC. Arrondir le résultat au dixième.



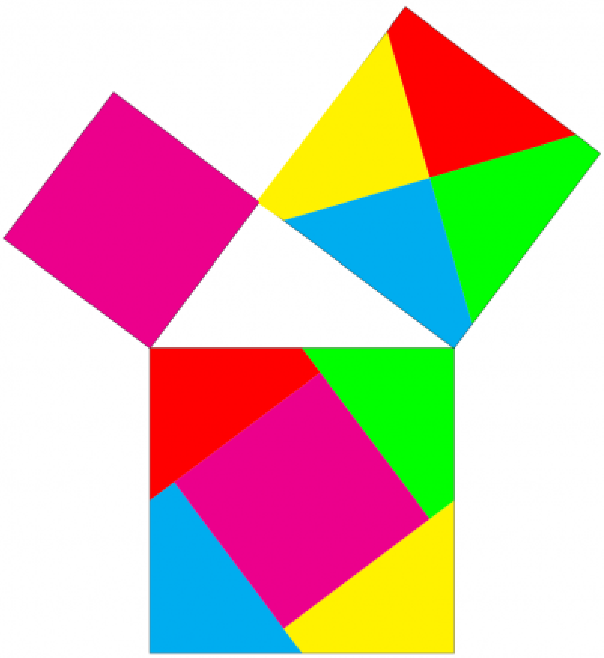
Le triangle ABC est rectangle en B.

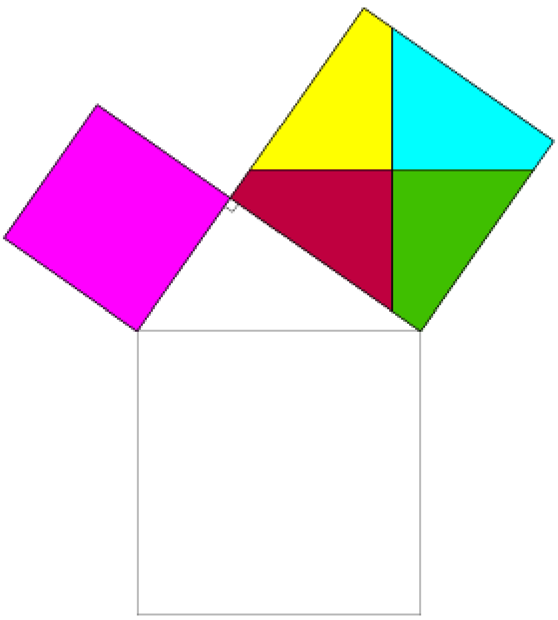
Je peux appliquer la partie directe du théorème:

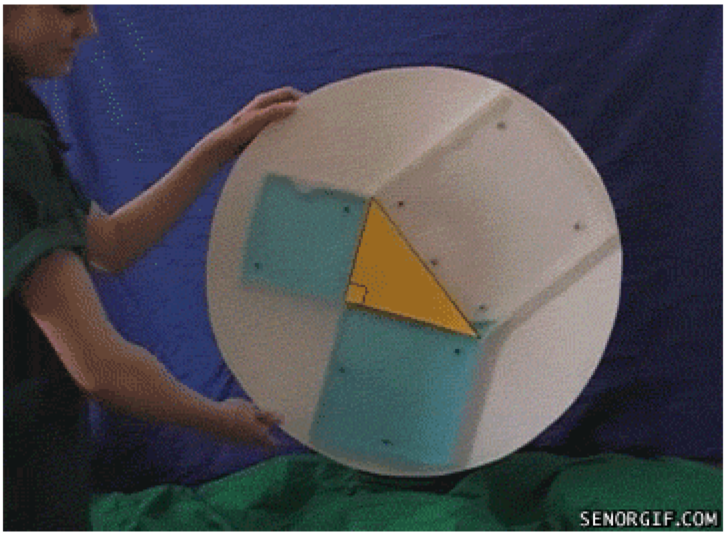
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$6,5^2 = 4^2 + BC^2$$

$$42,25 = 16 + BC^2$$
$$BC^2 = 42,25 - 16$$
$$BC^2 = 26,25$$
$$BC = \sqrt{26,25}$$
$$BC \approx 5,1\,cm$$

4.Puzzle de Pythagore et signification géométrique du théorème :





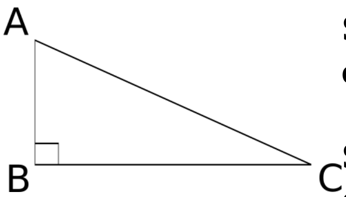


Remarque :

Le théorème de Pythagore signifie que si un triangle est rectangle alors la somme des aires des deux petits carrés est égale à l'aire du grand carré.

II. Réciproque du théorème de Pythagore :

Propriété :



Soit ABC un triangle tel que **[AC] soit son plus long côté**.

Si $AC^2 = AB^2 + BC^2$ alors ABC est un triangle rectangle en B .

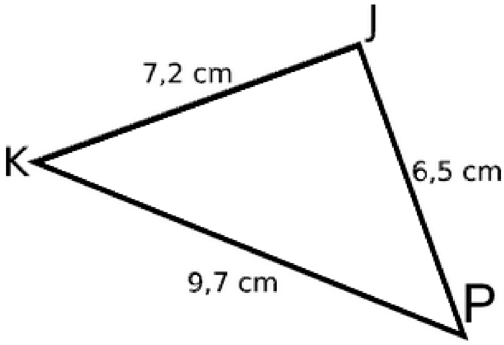
Remarque :

La partie réciproque du théorème nous permet de vérifier si un triangle est rectangle connaissant la longueur de ses trois côtés.

Exemple :

Soit KJP un triangle tel que KJ = 7,2 cm, JP = 6,5 cm et KP = 9,7 cm.

Ce triangle est-il rectangle ?



1. Le côté le plus long est [KP].

2. Calculons séparément :$KP^2 = 9,7^2 = 94,09\,cm^2$
   et
   $KJ^2 + JP^2 = 7,2^2 + 6,5^2 = 51,84 + 42,25 = 94,09\,cm^2$

3. Nous avons $KP^2 = KJ^2 + JP^2$, par conséquent la partie réciproque du théorème de Pythagore est vérifiée donc le triangle KJP est rectangle en J.

III. Carte mentale sur le théorème de Pythagore :