Triangle

I Les triangles :

1.Définition et vocabulaire :

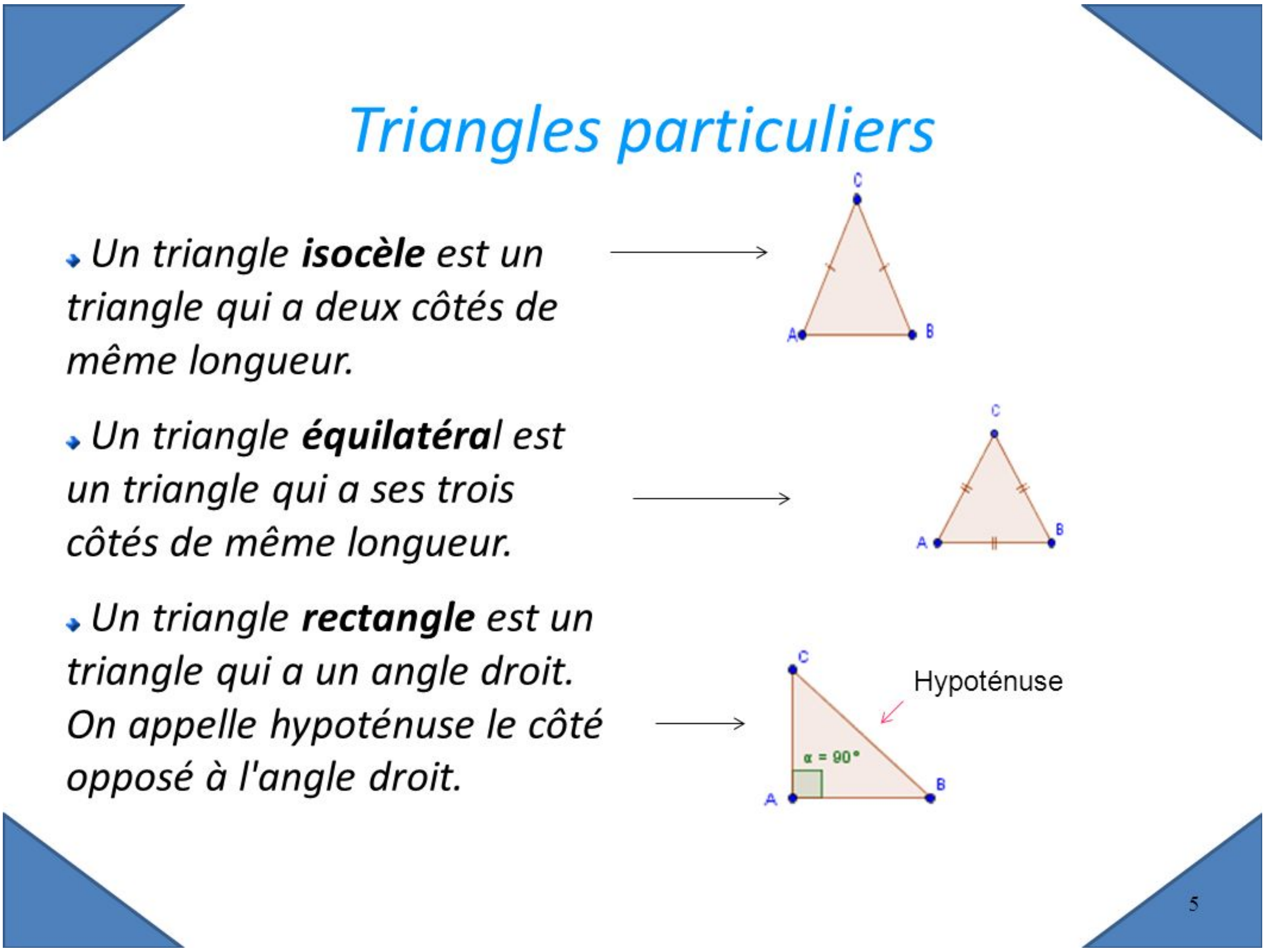
Définition :

> Un triangle est une forme géométrique formée par trois segments de droite qui se croisent en trois points, appelés sommets. Ils peuvent être classés en fonction de la longueur de leurs côtés et de la mesure de leurs angles.

Remarque :

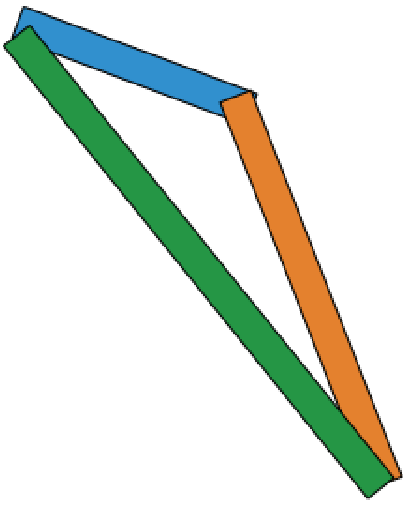
Ils sont utilisées dans de nombreux domaines des mathématiques, des sciences et de l'ingénierie. Ils sont importants en géométrie, en trigonométrie et en calcul, et ils sont utilisés pour modéliser et résoudre des problèmes en physique, en chimie et dans d'autres sciences. Ils ont également des applications pratiques en architecture, en construction et en design, où ils sont utilisés pour créer et analyser des structures et des formes.

2.Les triangles particuliers :



II. L'inégalité triangulaire :

1.Activité d'introduction :



a Construis 5 bandelettes rectangulaires de largeur environ 4 mm et de longueurs respectives : 3 cm, 5 cm, 7 cm, 10 cm et 12 cm. Tu pourras distinguer ces bandelettes en les coloriant.

b Peux-tu représenter un triangle :

- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 7 cm ?
- avec les bandelettes 5 cm, 7 cm et 10 cm ?
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 12 cm ?
- avec les bandelettes 12 cm, 5 cm et 7 cm ?
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 10 cm ?

c Quand c'est possible, construis le triangle correspondant sur ton cahier à l'aide de tes instruments.

d Sans réaliser de figure, est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 21 cm, 25 cm et 42 cm ?

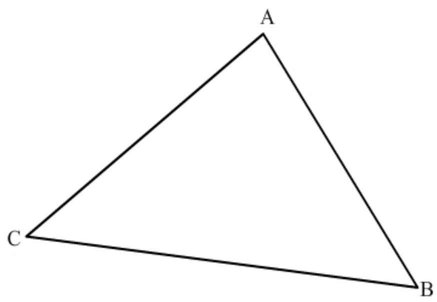
e Essaie d'énoncer une règle générale.

2.Inégalité triangulaire :

Propriété :

Soit ABC tel que [BC] soit le côté le plus long.

ABC est constructible lorsque $BC \leq AB + AC$.



Remarques :

- **Le chemin le plus court est la ligne droite**.
- La **somme des deux plus petites longueurs** dans un triangle est toujours **supérieure ou égale à la plus grande longueur**.
- Si $BC = AB + AC$ alors **le triangle est plat** et par conséquent, les **points A,B et C sont alignés**.

Exemples :

On considère les trois triangles suivants :

ABC tel que AB = 7 cm, BC = 4 cm et AC = 5 cm.

EFD tel que EF = 3 cm, FD = 2 cm et ED = 5 cm.

GHI tel que GH = 6 cm, GI = 3 cm et HI = 2 cm.

Lesquels sont constructibles?

Dans ABC, $BC + AC = 4 + 5 = 9 > 7$ donc ABC est constructible.

Dans EFD, $EF + FD = 3 + 2 = 5 = ED$.

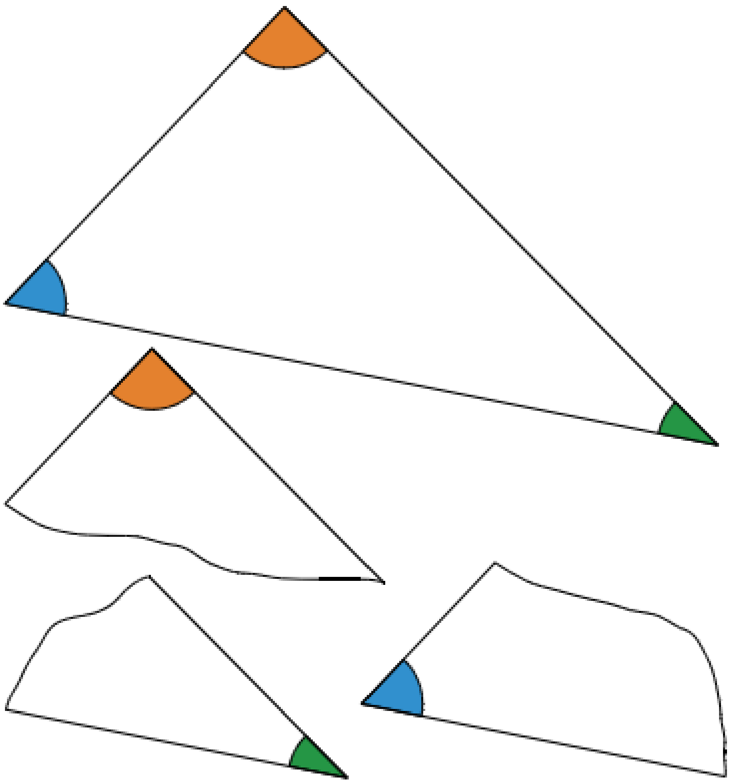
Il y a égalité donc c'est un triangle plat et les sommets E,F et D sont alignés.

Dans GHI, $HI + GI = 2 + 3 = 5 < 6$ donc GHI n'est pas constructible.

III. Les angles d'un triangle :

1.Activité introductive :

a Sur une feuille, construis un triangle quelconque, colorie chaque angle d'une couleur différente puis découpe les trois angles du triangle afin d'obtenir trois pièces d'un puzzle.

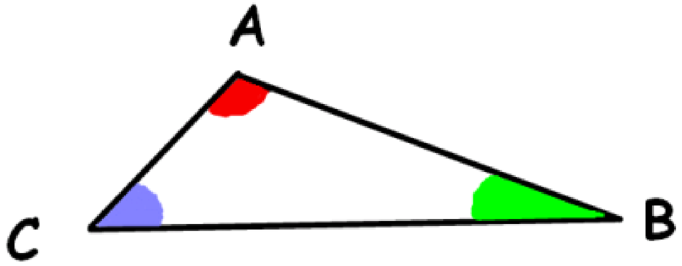


b En assemblant convenablement ces trois pièces, et en comparant les résultats de l'ensemble de la classe, quelle conjecture peut-on faire concernant la somme des trois angles d'un triangle ?

2.Somme des angles d'un triangle :

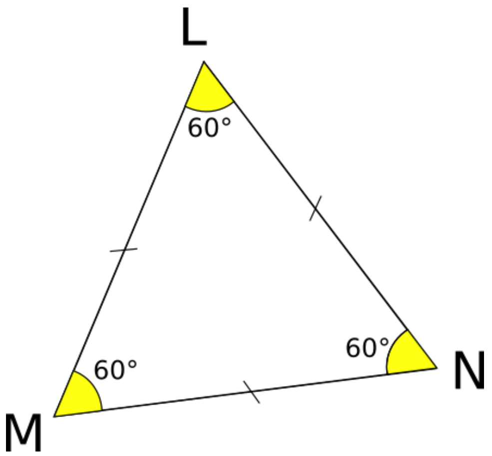
Propriété :

> Pour tout triangle ABC, nous avons $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.



Propriété :

Dans un **triangle équilatéral**, les trois angles ont la même mesure, chaque angle mesure $\widehat{M} = \widehat{N} = \widehat{L} = 180 \div 3 = 60°$.



Exemple :

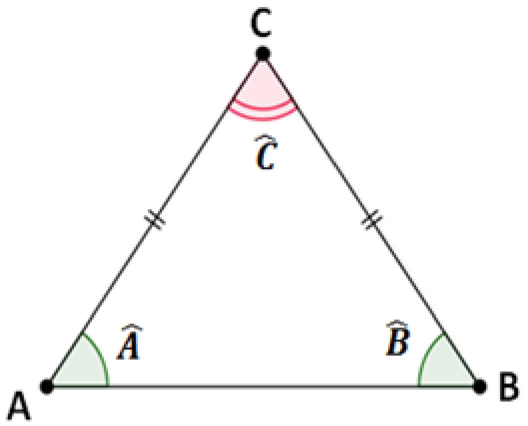
Dans EFG, nous avons $\widehat{F} = 36°$ et $\widehat{G} = 27°$.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{E}$?

$\widehat{E} = 180 - (36 + 27) = 180 - 63 = 117°$.

Propriété :

Soit ABC isocèle en C, les angles à la base ont la même mesure. Nous avons $\widehat{A} = \widehat{B}$.



IV. Le cercle circonscrit à un triangle :

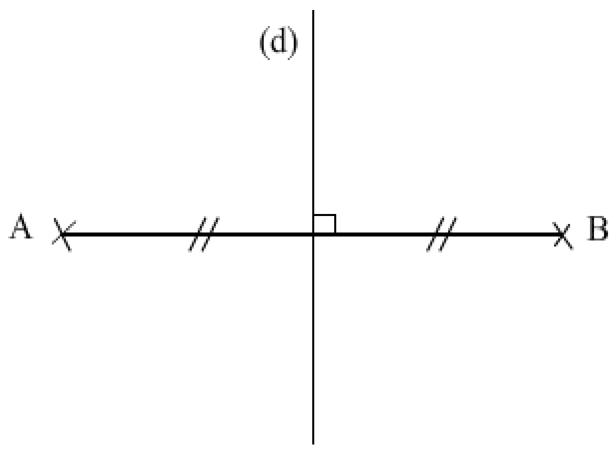
1. La médiatrice d'un segment :

Définition :

Soit [AB] un segment.

La **médiatrice** d'un segment [AB] est la droite :

- perpendiculaire à [AB];
- passant par le milieu du segment [AB].

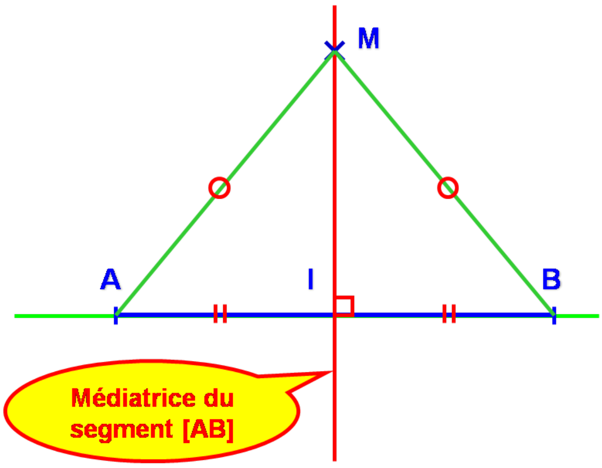


2.Le cercle circonscrit :

Propriété :

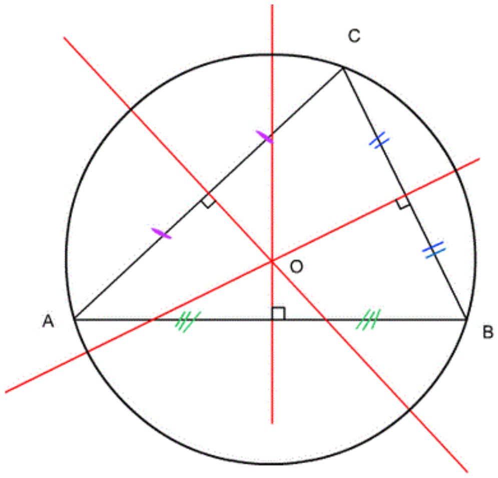
Tout point M situé sur la médiatrice d'un segment [AB] est équidistant des extrémités A et B.

Nous avons AM = MB.



Propriété :

Dans un triangle ABC, les trois médiatrices sont **concourantes** en un point O appelé le centre du **cercle circonscrit** au triangle ABC.



Preuve :

O appartient à la médiatrice de [AB] donc OA=OB;

O appartient à la médiatrice de [BC] donc OB=OC;

par conséquent OA=OB=OC donc O est sur le cercle qui passe par les sommets du triangle ABC.

V. Carte mentale sur le triangle :