



Trigonométrie

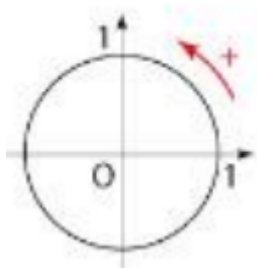
I. Enroulement de la droite numérique

1. Le cercle trigonométrique

Définition :

Le **cercle trigonométrique** de centre O est celui qui a pour rayon 1 et qui est muni d'un sens direct qui est le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Ce sens est appelé **sens trigonométrique**.



2. Enroulement de \mathbb{R} sur un cercle trigonométrique.

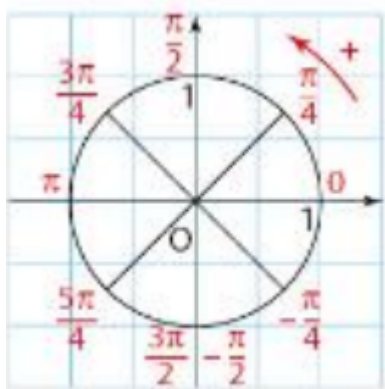
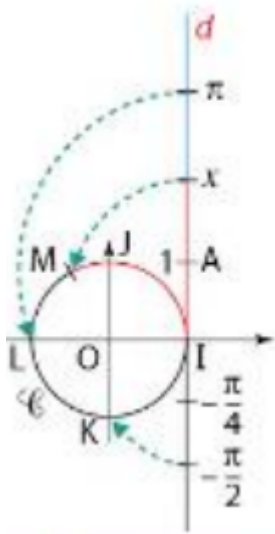
Définition :

φ est le cercle trigonométrique de centre O et (O, I, J) est un repère orthonormé .

A est le point de coordonnées $(1, 1)$ et d la droite (IA) munie du repère (I, A) .

On enroule cette droite, dite droite des réels, autour du cercle.

Tout nombre réel x de la droite vient s'appliquer sur un point P du cercle : on dit que M est le **point image** du nombre réel x .



3. Point image et nombres réels associés

Propriété :

Si x et x' désignent des nombres réels tels que $x - x' = 2k\pi$ où k est un entier relatif,

alors x et x' ont le même point image sur ce cercle trigonométrique.

Conséquence :

Si M est le point d'un cercle trigonométrique, image d'un nombre réel x , alors M est aussi

le point image des nombres réels $x + 2k\pi$ où k est un entier relatif.

II. Cosinus et sinus d'un nombre réel

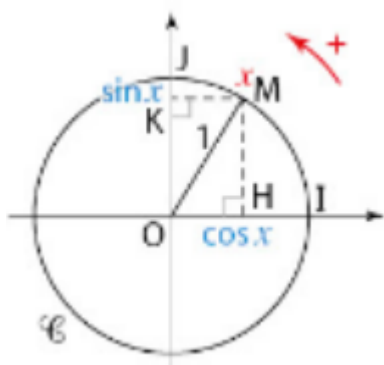
1. Cosinus et sinus

Définitions :

Soit (O, I, J) un repère orthonormé direct et φ le cercle trigonométrique de centre O .

M est le point de φ image du nombre réel x .

- Le **cosinus** de x , noté $\cos x$, est l'abscisse de M .
- Le **sinus** de x , noté $\sin x$, est l'ordonnée de M .



Propriétés :

Pour tout nombre réel x ,

- $-1 \leq \cos x \leq 1$

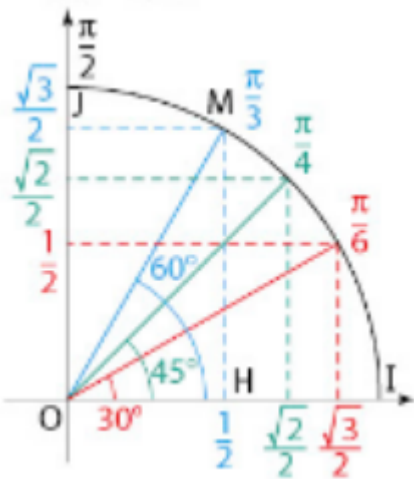
- $-1 \leq \sin x \leq 1$
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ (théorème de Pythagore).

2. Lien entre le cosinus et le sinus d'un angle aigu vu au collège.

Propriété :

Avec les notations de la figure du paragraphe 1 (avec $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$), on peut écrire dans le triangle OHM rectangle en H :

- $\cos(\widehat{IOM}) = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{1} = OH = \cos x;$
- $\sin(\widehat{IOM}) = \frac{HM}{OM} = \frac{HM}{1} = HM = \sin x.$



3. Tableau des valeurs remarquables

Angle	0°	30°	45°	60°	90°	180°
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0