Cours 3ème

Trigonométrie dans le triangle rectangle

0.Introduction :

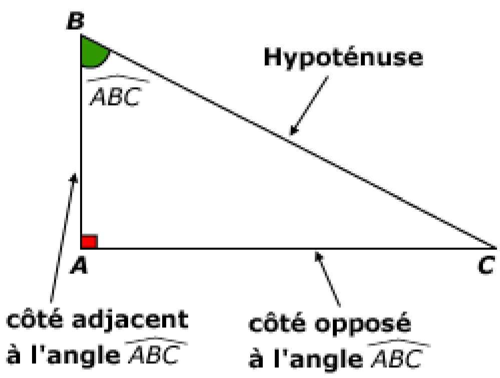
La trigonométrie est un domaine des mathématiques qui traite des relations entre les longueurs et les angles dans un triangle.

Le mot trigonométrie provient du grec **trigonos** qui signifie « **triangulaire** » et ***métron*** qui signifie « **mesure** ».

Les origines de la trigonométrie remontent aux civilisations d'Égypte antique, de Mésopotamie et de la vallée de l'Indus vers - 4 000.

I.Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu :

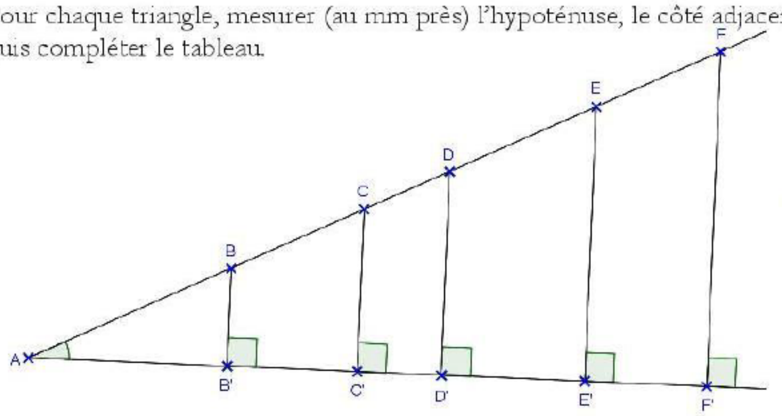
1.Vocabulaire

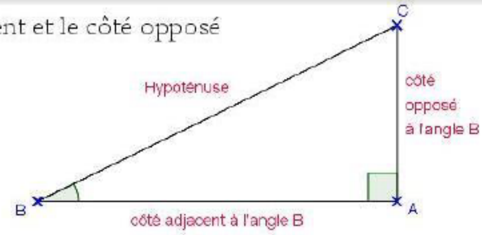


2. Formules de trigonométrie dans le triangle rectangle :

Activité de découverte des formules de trigonométrie :

Pour chaque triangle, mesurer (au mm près) l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé puis compléter le tableau.





Triangle	Hypoténuse	Côté adjacent	Côté opposé	$\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$	$\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$	$\frac{\text{coté opposé}}{\text{côté adjacent}}$
ABB'						
ACC'						
ADD'						
AEE'						
AFF'						

Conclusion : ....

Dans tous les triangles, $\widehat{A} \approx$ ......

A l'aide d'une calculatrice, compléter : $\cos \widehat{A} \approx$ ...... $\sin \widehat{A} \approx$ ...... $\tan \widehat{A} \approx$ ......

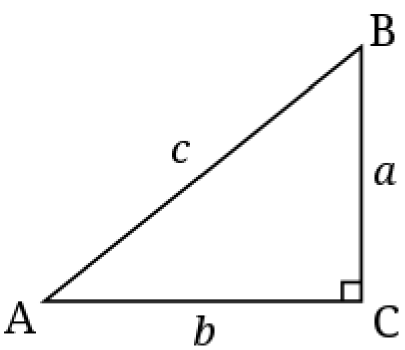
Conclusion : $\cos \widehat{A} = \frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$ $\sin \widehat{A} = \frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$ $\tan \widehat{A} = \frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$

Propriété :

Soit ABC un triangle rectangle en A.

Dans un triangle rectangle, nous avons les formules de trigonométrie suivantes

$$\sin A = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{c} \qquad \cos A = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{c} \qquad \tan A = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{a}{b}$$

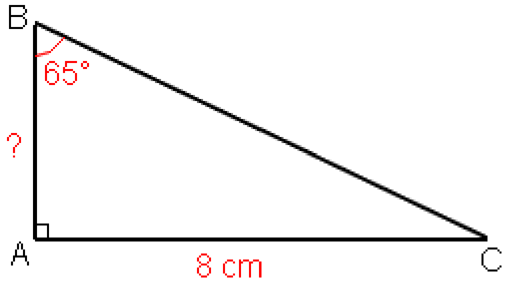


Moyen mnémotechnique :
$SOH - CAH - TOA$

Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle en A.

Calculer la valeur de AB arrondie au millimètre.



Dans le triangle ABC rectangle en A :

Je connais :

- AC=8 cm : côté **opposé** à l'angle $\widehat{B}$;
- $\widehat{B} = 65°$

Je cherche :

AB : côté **adjacent** à l'angle $\widehat{B}$.

Formule : tangente

$$Tan(\widehat{B}) = \frac{AC}{AB}$$

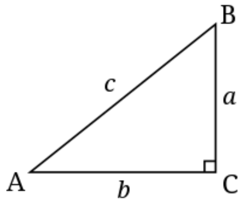
$$\frac{Tan(65°)}{1} = \frac{8}{AB}$$

donc

$$AB = \frac{8 \times \ 1}{tan(65°)}$$

$AB \approx 3,7\, cm$

Propriété :



Soit ABC un triangle rectangle en C.

Pour tout angle aigu α , nous avons :

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.

$$0 \leq cos(\alpha) \leq 1$$
$$0 \leq sin(\alpha) \leq 1$$

Preuve :

Le cosinus et le sinus sont des quotients de longueurs donc $cos(\alpha) \geq 0$ et $sin(\alpha) \geq 0$.

De plus $cos(\alpha) = \frac{adjacent}{hypotenuse} \leq \frac{hypotenuse}{hypotenuse} \leq 1$.

De même, $sin(\alpha) = \frac{oppose}{hypotenuse} \leq \frac{hypotenuse}{hypotenuse} \leq 1$.

II. Calcul de la mesure d'un angle avec les formules de trigonométrie :

Activité de découverte :

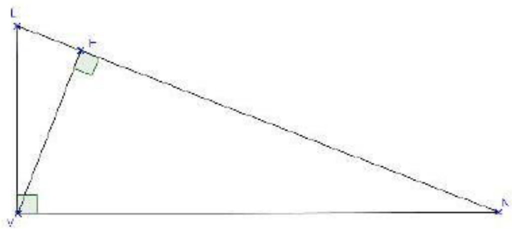
1. A l'aide des touches $\boxed{cos}$, $\boxed{sin}$, $\boxed{tan}$, $\boxed{cos^{-1}}$, $\boxed{sin^{-1}}$ et $\boxed{tan^{-1}}$ de la calculatrice, compléter le tableau.

Angle	10°			50°		60°		70°	
cosinus		0,9					0.4		
sinus			0.36						0.9
tangente					1.3				

2. *a)* Dans le triangle rectangle LMN exprimer le cosinus, le sinus et la tangente des angles aigus.

$\cos \widehat{MLN} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\sin \widehat{MLN} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\tan \widehat{MLN} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$\cos \widehat{MNL} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\sin \widehat{MNL} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\tan \widehat{MNL} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$



b) Dans le triangle rectangle MHN exprimer le cosinus, le sinus et la tangente des angles aigus.

$\cos \widehat{NMH} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\sin \widehat{NMH} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\tan \widehat{NMH} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$\cos \widehat{MNH} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\sin \widehat{MNH} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\tan \widehat{MNH} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Règle :

Afin de calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle (connaissant son cosinus ou sinus ou tangente), nous utilisons la calculatrice en mode **DEGRE (DEG)**.Les touches qui nous permettent de calculer la mesure de l'angle aigu sont : $arccos\,ou\,cos^{-1}$; $arcsin\,ou\,sin^{-1}$; $arctan\,ou\,tan^{-1}$.

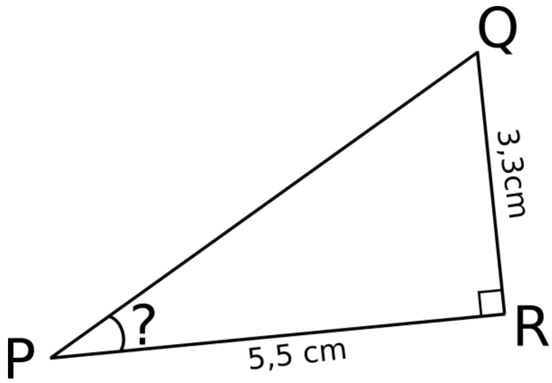
Exemples :

a. Si $cos\alpha = 0,5$ alors $\alpha = arccos(0,5) = 60°$.

b. Si $sinx = \frac{\sqrt{2}}{2}$ alors $x = arcsin\,(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 45°$.

c. Soit PQR un triangle rectangle en R.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{P}$ arrondie au degré.



Dans le triangle PQR rectangle en R :

Je connais :

- PR=5,5 cm : côté **adjacent** à $\widehat{P}$;
- QR=3,3 cm : côté **opposé** à $\widehat{P}$.

Je cherche :

- $\widehat{P}$

Formule : TANGENTE

$Tan(\widehat{P}) = \frac{QR}{PR}$

$Tan(\widehat{P}) = \frac{3,3}{5,5}$

$\widehat{P} = arctan(\frac{3,3}{5,5})$

$\widehat{P} \approx 31°$

Téléchargé depuis https://maths-pdf.fr/ - Maths PDF site de maths.